

Time : 3 hrs.

Max. Marks: 180

Answers & Solutions

for

JEE (Advanced)-2021 (Paper-1)

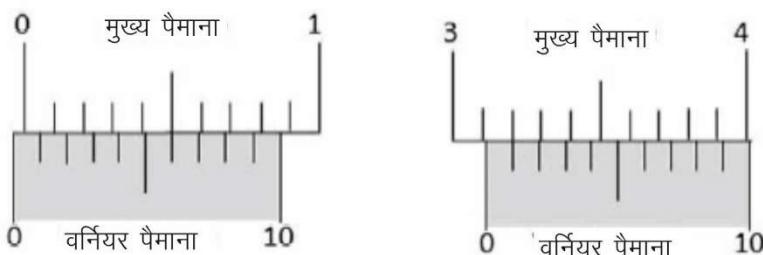
PHYSICS

खंड- 1

- इस खंड में चार (04) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) व (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से केवल एक विकल्प ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक	:	+3	यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
शून्य अंक	:	0	यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)
ऋण अंक	:	-1	अन्य सभी परिस्थितियों में।

1. वर्नियर केलीपर्स के मुख्य पैमाने पर लघुत्तम भाग 0.1 cm है। वर्नियर पैमाने के दस भाग मुख्य पैमाने के नौ भागों के संगत हैं। नीचे बायीं ओर स्थित चित्र इस केलीपर्स का पाठ्यांक उस समय दर्शाता है जबकि इसके दोनों जबड़ों के बीच कोई अन्तराल नहीं हो। नीचे दायीं ओर दर्शाया गया चित्र दोनों जबड़ों के बीच एक ठोस गोला रखे होने पर पाठ्यांक दर्शाता है। गोले का सही व्यास है



- (A) 3.07 cm
 (B) 3.11 cm
 (C) 3.15 cm
 (D) 3.17 cm

उत्तर (C)

हल वर्नियर केलीपर्स का अल्पतमांक = 0.01 cm

$$\text{पैमाने में त्रुटि} = 4 LC$$

$$= 4 \times 0.01 \times 0.04 \text{ cm}$$

$$\text{पाठ्यांक} = 3.1 \text{ cm} + 1 \text{ L.C}$$

$$= 3.1 \text{ cm} + 0.01 \text{ cm}$$

$$= 3.11 \text{ cm}$$

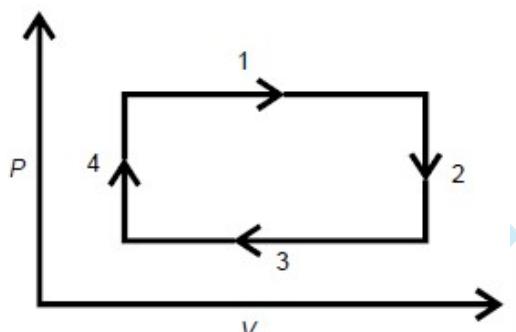
इसलिए गोले का सही व्यास

$$= (3.11 + 0.04) \text{ cm}$$

$$= 3.15 \text{ cm}$$

इसलिए, विकल्प (C)

2. एक आदर्श गैस नीचे दिए गए $P - V$ आरेख में दर्शाए अनुसार चार स्टेप वाले चक्र से गुजरती है। इस चक्र के दौरान गैस द्वारा ऊष्मा अवशोषित होती है,



(A) स्टेप 1 व 2 में

(B) स्टेप 1 व 3 में

(C) स्टेप 1 व 4 में

(D) स्टेप 2 व 4 में

उत्तर (C)

हल दिये गए $P - V$ आरेख में,

प्रक्रम (1) के लिए

$$\Delta Q_1 = nC_P\Delta T$$

चूंकि $P =$ नियत तथा V बढ़ता है

इसलिए T में वृद्धि होगी

इसलिए $\Delta Q_1 > 0$

प्रक्रम (2) के लिए

$$\Delta Q_2 = nC_V\Delta T$$

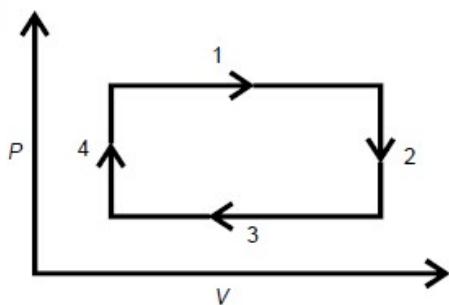
$V =$ नियत, $P \downarrow$, इसलिए $T \downarrow$

प्रक्रम (3) के लिए, $\Delta Q_3 = nC_P\Delta T < 0$

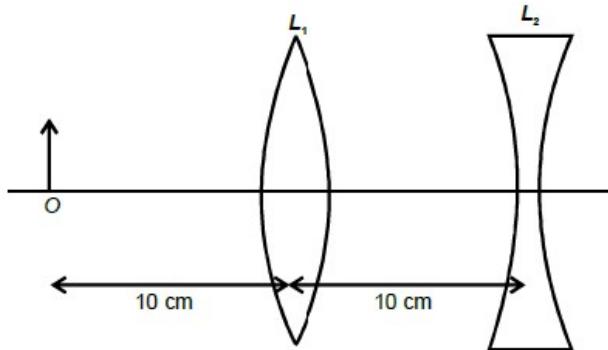
प्रक्रम (4) के लिए, $\Delta Q_4 = nC_P\Delta T$

चूंकि $\Delta T > 0$

इसलिए $\Delta Q_4 > 0$



3. एक प्रसारित वस्तु को एक उत्तल लेंस L_1 के सामने 10 cm पर स्थित बिन्दु O पर रखा जाता है तथा अवतल लेंस L_2 को चित्रानुसार इसके पीछे 10 cm पर रखा जाता है। दोनों लेंसों में सभी वक्राकार पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ 20 cm हैं। दोनों लेंसों का अपवर्तनांक 1.5 है। इस लेंस निकाय का कुल आवर्धन है



- (A) 0.4
- (B) 0.8
- (C) 1.3
- (D) 1.6

उत्तर (B)

$$\text{हल} \quad \frac{1}{v_1} - \frac{1}{-10} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_1} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} = \frac{-1}{20}$$

$$\Rightarrow v_1 = -20 \text{ cm}$$

$$m_1 = \frac{v}{u_1} = \frac{-20}{-10} = 2$$

$$\text{पुनः} \quad \frac{1}{v_2} - \frac{1}{-30} = \frac{1}{-20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_2} = -\frac{1}{30} - \frac{1}{20} = -\frac{5}{60} = -\frac{1}{12}$$

$$m_2 = -\frac{12}{-30} = \frac{2}{5}$$

$$m = m_1 \times m_2 = 2 \times \frac{2}{5} = 0.8$$

4. अर्धायु 20 मिनट वाला एक भारी नाभिक Q, 60% की प्रायिकता के साथ एल्फा-क्षय से तथा 40% की प्रायिकता के साथ बीटा-क्षय से गुजरता है। प्रारम्भ में, Q नाभिकों की संख्या 1000 है। पहले एक घण्टे में Q के एल्फा-क्षय की संख्या है

- (A) 50
- (B) 75
- (C) 350
- (D) 525

उत्तर (D)

हल $t_{1/2} = 20$ मिनट

60 मिनट में, अर्धायु की संख्या = 3

$$\Rightarrow N_A = \left[1000 - \frac{1000}{2^3} \right] \times 0.6$$

$$= 1000 \times \frac{7}{8} \times 0.6$$

$$= 525$$

खंड - 2

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न अनुच्छेद हैं।
 - प्रत्येक प्रश्न अनुच्छेद से संबंधित **दो (02)** प्रश्न दिए गए हैं।
 - प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान है।
 - प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर से संबंधित सही संख्यात्मक मान को माउस और ऑन-स्क्रीन वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड के प्रयोग से चिह्नित स्थान पर दर्ज करें।
 - यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को / का दशमलव के दो स्थानों तक **संक्षिप्त / सन्निकटन** करें।
 - प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा।
- | | | |
|-----------|------|--|
| पूर्ण अंक | : +2 | यदि चिह्नित स्थान पर सिर्फ सही संख्यात्मक मान ही दर्ज किया गया है। |
| शून्य अंक | : 0 | अन्य सभी परिस्थितियों में। |

प्रश्न संख्या 5 व 6 के लिए अनुच्छेद

अनुच्छेद

एक प्रक्षेप्य को धरातल पर रिथत एक बिन्दु O से ऊर्ध्वाधर के साथ 45° के कोण पर $5\sqrt{2}\text{ m/s}$ की चाल से प्रक्षेपित किया जाता है। अपने प्रक्षेप-पथ के उच्चिष्ठ बिन्दु पर प्रक्षेप्य दो समान भागों में विभक्त हो जाता है। विभक्त होने के 0.5 s पश्चात्, एक भाग धरातल पर ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गिरता है। विभक्त होने के t सेकण्ड पश्चात्, दूसरा भाग बिंदु O से x मीटर की दूरी पर धरातल पर गिरता है। गुरुत्वीय त्वरण $g = 10\text{ m/s}^2$.

5. t का मान _____ है।

उत्तर (00.50)

$$\text{हल } H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$= \frac{50}{2 \times 10} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 5}{4 \times 10}}$$

$$t = \frac{1}{2}\text{ s} = 0.5 \text{ सेकण्ड}$$

उत्तर 00.50

6. x का मान _____ है।

उत्तर (07.50)

हल $x = \frac{3R}{2}$ चूंकि $X_{cm} = R$

$$R = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{g} = \frac{50}{10} = 5$$

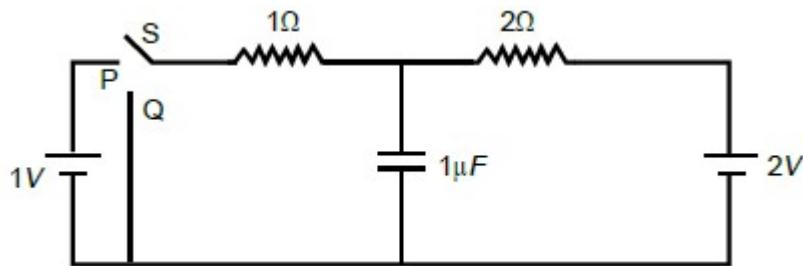
$$\Rightarrow x = \frac{3R}{2} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ m}$$

उत्तर 07.50

प्रश्न संख्या 7 व 8 के लिए अनुच्छेद

अनुच्छेद

नीचे दर्शाये गये परिपथ में, स्विच S को लम्बे समय के लिए स्थिति P से संयोजित किया जाता है ताकि संधारित्र पर आवेश $q_1 \mu C$ हो जाए। फिर S को स्थिति Q पर स्थानान्तरित किया जाता है। लम्बे समय पश्चात्, संधारित्र पर आवेश $q_2 \mu C$ है।



7. q_1 का परिमाण _____ है।

उत्तर (01.33)

हल स्विच S के स्थिति P पर होने पर, लम्बे समय पश्चात् संधारित्र शाखा के सिरों पर विभवान्तर

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{1}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1}} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3} V$$

$$\Rightarrow \text{संधारित्र पर आवेश } q_1 \mu C = \frac{4}{3} \mu C$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{4}{3} = 1.33$$

8. q_2 का परिमाण _____ है।

उत्तर (00.67)

हल स्विच S के स्थिति Q पर होने पर, लम्बे समय पश्चात् संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर

$$= 1 \text{ ओम प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर}$$

$$= \frac{2}{3} V$$

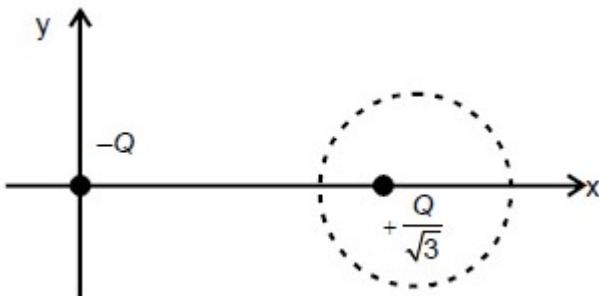
$$\Rightarrow \text{संधारित्र पर आवेश } q_2 \mu C = \frac{2}{3} \mu C$$

$$\Rightarrow q_2 = 0.67$$

प्रश्न संख्या 9 व 10 के लिए अनुच्छेद

अनुच्छेद

दो बिन्दु आवेशों $-Q$ तथा $+Q/\sqrt{3}$ को xy -तल में चित्रानुसार क्रमशः मूलबिन्दु $(0, 0)$ तथा बिंदु $(2, 0)$ पर रखा गया है। इसके परिणामस्वरूप xy -तल में R त्रिज्या तथा विभव $V = 0$ का एक समविभव वृत्त निर्मित होता है जिसका केन्द्र $(b, 0)$ पर है। सभी लम्बाईयों को मीटर में मापा गया है।



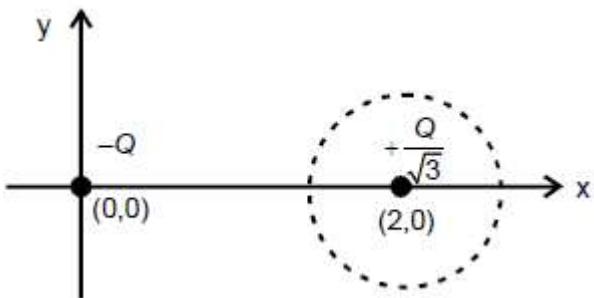
9. R का मान ____ मीटर है।

उत्तर ($R = 01.73$)

10. b का मान ____ मीटर है।

उत्तर ($b = 03.00$)

प्रश्न संख्या 9 तथा 10 के लिए हल



$$V(x,y) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{Q}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{Q}{\sqrt{3}\sqrt{(x-2)^2 + y^2}} \right)$$

$$\Rightarrow 3(x-2)^2 + 3y^2 = x^2 + y^2$$

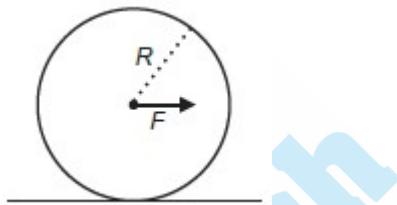
$$\Rightarrow (x-3)^2 + y^2 = (\sqrt{3})^2$$

खंड - 3

- इस खंड में छ: (06) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) व (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक	: +4	यदि केवल (सभी) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है;
आंशिक अंक	: +3	यदि चारों विकल्प सही हैं परंतु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है;
आंशिक अंक	: +2	यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं;
आंशिक अंक	: +1	यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल एक विकल्प को चुना गया है और यह एक सही विकल्प है;
शून्य अंक	: 0	यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है);
ऋण अंक	: -2	अन्य सभी परिस्थितियों में।

- उदाहरण के लिए, एक प्रश्न में यदि (A), (B) तथा (D) सही उत्तरों से संबंधित केवल तीन विकल्प हैं, तो
 - केवल (A), (B) तथा (D) के चुने जाने पर +4 अंक प्राप्त होंगे;
 - केवल (A) तथा (B) के चुने जाने पर +2 अंक प्राप्त होंगे;
 - केवल (A) तथा (D) के चुने जाने पर +2 अंक प्राप्त होंगे;
 - केवल (B) तथा (D) के चुने जाने पर +2 अंक प्राप्त होंगे;
 - केवल (A) के चुने जाने पर +1 अंक प्राप्त होगा;
 - केवल (B) के चुने जाने पर +1 अंक प्राप्त होगा;
 - केवल (D) के चुने जाने पर +1 अंक प्राप्त होगा;
- किसी भी विकल्प (विकल्पों) का चयन न किए जाने पर (अर्थात् अनुत्तरित प्रश्न) 0 अंक प्राप्त होगा तथा किसी भी अन्य विकल्पों के चुने जाने पर -2 अंक प्राप्त होंगे।
11. एक क्षेत्रिज बल F को m द्रव्यमान व R त्रिज्या की एक बेलनाकार वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र पर चित्रानुसार इसके अक्ष के लम्बवत् आरोपित किया जाता है। वस्तु तथा धरातल के मध्य घर्षण गुणांक μ है। वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण a है। गुरुत्वायी त्वरण g है। दिया गया है कि वस्तु बिना फिसले लुढ़कती है, निम्न में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं?



- (A) समान F के लिए, a का मान इस पर निर्भर नहीं करता है कि बेलन ठोस है या खोखला
- (B) एक ठोस बेलन के लिए, a का अधिकतम सम्भावित मान $2\mu g$ है
- (C) धरातल के कारण वस्तु पर घर्षण बल का परिमाण सदैव μmg है
- (D) पतली दीवार वाले खोखले बेलन के लिए, $a = \frac{F}{2m}$

उत्तर (B, D)

हल ठोस बेलन के लिए,

$$F \times R = \frac{3}{2} m R^2 \times \left(\frac{a}{R} \right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{2F}{3m}$$

खोखले बेलन के लिए,

$$F \times R = (2mR^2) \times \frac{a}{R}$$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{2m}$$

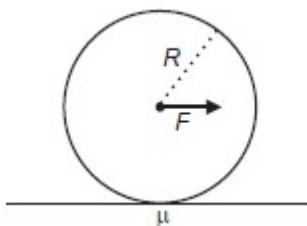
ठोस बेलन के लिए

$$f = F - m \times \frac{2F}{3m} = \frac{F}{3} \leq \mu mg$$

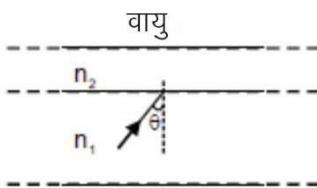
$$\Rightarrow F \leq 3\mu mg$$

$$\therefore a \leq \frac{2}{3m} \times (3\mu mg)$$

$$\Rightarrow a_{\max} = 2\mu g$$



12. n_1 व n_2 अपवर्तनांक के दो माध्यमों से बनी एक चौड़ी पट्टिका को चित्रानुसार वायु में रखा गया है। प्रकाश की एक किरण माध्यम n_1 से n_2 पर कोण θ पर आपतित होती है, जहाँ $\sin \theta$ का मान $\frac{1}{n_1}$ से थोड़ा सा अधिक है। वायु का अपवर्तनांक 1 लीजिए। निम्न में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं?



- (A) प्रकाश किरण वायु में प्रवेश करती है यदि $n_2 = n_1$
(B) प्रकाश किरण अन्ततः अपवर्तनांक n_1 के माध्यम में पुनः परावर्तित हो जाती है यदि $n_2 < n_1$
(C) प्रकाश किरण अन्ततः अपवर्तनांक n_1 के माध्यम में पुनः परावर्तित हो जाती है यदि $n_2 > n_1$
(D) प्रकाश किरण अपवर्तनांक n_1 के माध्यम में पुनः परावर्तित हो जाती है यदि $n_2 = 1$

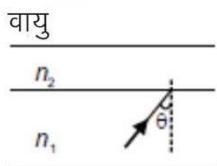
उत्तर (B, C, D)

हल $\sin\theta > \frac{1}{n_1}$... (i)

तथा, $n_1 \sin\theta = 1 \times \sin r$... (ii)

$\Rightarrow \sin r > 1$

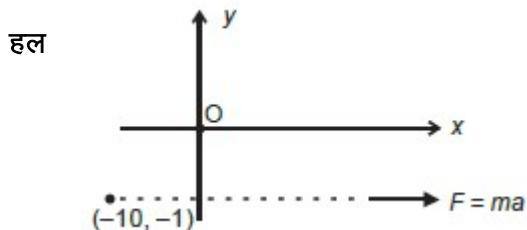
\Rightarrow वायु में अपवर्तन सम्भव नहीं है।



13. द्रव्यमान $M = 0.2 \text{ kg}$ का एक कण प्रारम्भ में xy -तल में बिन्दु ($x = -l, y = -h$) पर विराम में है जहाँ $l = 10 \text{ m}$ तथा $h = 1 \text{ m}$ है। समय $t = 0$ पर कण धनात्मक x -दिशा के अनुदिश नियत त्वरण $a = 10 \text{ m/s}^2$ से त्वरित होता है। मूलबिन्दु के सापेक्ष इसके कोणीय संवेग तथा बल-आघूर्ण को SI मात्रकों में क्रमशः \vec{L} तथा $\vec{\tau}$ द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। \hat{i}, \hat{j} तथा \hat{k} क्रमशः धनात्मक x, y व z -दिशाओं के अनुदिश एकांक सदिश हैं। यदि $\hat{k} = \hat{i} \times \hat{j}$, तब निम्न में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं?

- (A) कण, समय $t = 2 \text{ s}$ पर बिन्दु ($x = l, y = -h$) पर पहुँचता है
(B) $\vec{\tau} = 2\hat{k}$ जब कण बिन्दु ($x = l, y = -h$) से गुजरता है
(C) $\vec{L} = 4\hat{k}$ जब कण बिन्दु ($x = l, y = -h$) से गुजरता है
(D) $\vec{\tau} = \hat{k}$ जब कण बिन्दु ($x = 0, y = -h$) से गुजरता है

उत्तर (A, B, C)



$$t = \sqrt{\frac{2 \times (20)}{10}} = 2 \text{ s}$$

$$\vec{\tau} = (0.2 \times 10 \times 1) \hat{k} = 2\hat{k}$$

$$\vec{L} = [0.2 \times (10 \times 2) \times 1] \hat{k} = 4\hat{k}$$

14. हाइड्रोजन परमाणु के स्पेक्ट्रम के बारे में, निम्न में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं?

(A) बॉमर श्रेणी में दीर्घतम तरंगदैर्घ्य व लघुतम तरंगदैर्घ्य का अनुपात $\frac{9}{5}$ है

(B) बॉमर तथा पाश्चन श्रेणी की तरंगदैर्घ्य परासों के मध्य अतिव्यापन होता है

(C) लाइमन श्रेणी की तरंगदैर्घ्य को $\left(1 + \frac{1}{m^2}\right)\lambda_0$, द्वारा व्यक्त किया जाता है, जहाँ λ_0 लाइमन श्रेणी की लघुतम तरंगदैर्घ्य है तथा m एक पूर्णांक है

(D) लाइमन व बॉमर श्रेणी की तरंगदैर्घ्य परास अतिव्यापित नहीं होती है

उत्तर (A, D)

हल बॉमर श्रेणी के लिए:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{4} \right) \Rightarrow \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{9}{5}$$

लाइमन श्रेणी के लिए

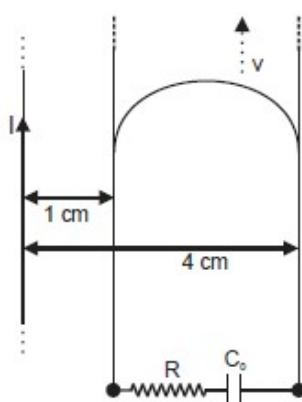
$$\frac{1}{\lambda} = R \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0 n^2}{n^2 - 1}$$

15. एक लम्बा सीधा तार धारा $I = 2$ एम्पियर ग्रहण किए हुए है। एक अर्द्धवृत्तीय चालक छड़ को इसके पीछे, नगण्य प्रतिरोध की दो चालक समान्तर पटरियों पर रखा जाता है। दोनों पटरियाँ तार के समान्तर हैं। तार, छड़ तथा पटरियाँ चित्रानुसार समान क्षैतिज तल में स्थित हैं। अर्द्धवृत्तीय छड़ के दोनों सिरे तार से 1 cm व 4 cm की दूरी पर हैं। समय $t = 0$ पर, छड़ पटरियों पर चाल $v = 3.0 \text{ m/s}$ से गति करना प्रारम्भ करती है (चित्र देखें)।

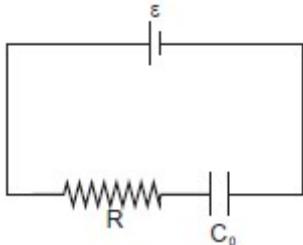
एक प्रतिरोधक $R = 1.4 \Omega$ तथा संधारित्र $C_0 = 5.0 \mu\text{F}$ को पटरियों के मध्य श्रेणी में संयोजित किया जाता है। समय $t = 0$ पर, C_0 अनावेशित है। निम्न में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं? [$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ SI इकाई}, \ln 2 = 0.7$ लीजिए]



- (A) R से प्रवाहित अधिकतम धारा 1.2×10^{-6} एम्पियर है
 (B) R से प्रवाहित अधिकतम धारा 3.8×10^{-6} एम्पियर है
 (C) संधारित्र C_0 पर अधिकतम आवेश 8.4×10^{-12} कूलॉम है
 (D) संधारित्र C_0 पर अधिकतम आवेश 2.4×10^{-12} कूलॉम है

उत्तर (A, C)

हल दिए गए समंजन का तुल्यांकी परिपथ है :



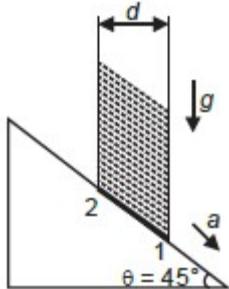
$$\text{जहाँ } \varepsilon = \frac{\mu_0 / \nu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$= 1.68 \times 10^{-6} \text{ V}$$

$$t = 0 \text{ पर, } i_{\max} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1.68 \times 10^{-6}}{1.4} = 1.2 \times 10^{-6} \text{ A}$$

$$t = \infty \text{ पर, } q_{\max} = C_0 \varepsilon = 8.4 \times 10^{-12} \text{ C}$$

16. एक बेलनाकार नली जिसका आधार चित्र में दर्शाए अनुसार है, को जल से भरा जाता है। यह $\theta = 45^\circ$ कोण वाले दृढ़ित आनत तल के अनुदिश नियत त्वरण a से नीचे की ओर गतिशील है। P_1 तथा P_2 नली के आधार पर स्थित क्रमशः बिन्दुओं 1 तथा 2 पर दाब हैं। माना $\beta = \frac{(P_1 - P_2)}{(\rho g d)}$, जहाँ ρ जल का घनत्व है, d नली का आन्तरिक व्यास है तथा g गुरुत्वायी त्वरण है। निम्न में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं?



$$(A) \beta = 0 \text{ जब } a = \frac{g}{\sqrt{2}}$$

$$(B) \beta > 0 \text{ जब } a = \frac{g}{\sqrt{2}}$$

$$(C) \beta = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} \text{ जब } a = \frac{g}{2}$$

$$(D) \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ जब } a = \frac{g}{2}$$

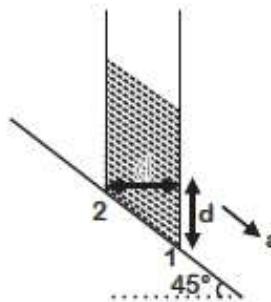
उत्तर (A, C)

हल $P_1 = P_2 - \rho a \cos 45^\circ d + \rho(g - a \sin 45^\circ) d$

$$\Rightarrow \frac{P_1 - P_2}{\rho g d} = 1 - \frac{\sqrt{2}a}{g}$$

$$\Rightarrow a = \frac{g}{\sqrt{2}} \text{ के लिए } \beta = 0$$

$$a = \frac{g}{2} \text{ के लिए } \beta = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$$



खंड - 4

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक अ-ऋणात्मक पूर्णांक है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर से संबंधित सही पूर्णांक को माउस और ऑन-स्क्रीन वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड के प्रयोग से चिह्नित स्थान पर उत्तर दर्ज कीजिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि केवल सही संख्यात्मक मान ही दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में

17. एक α -कण (द्रव्यमान 4 amu) तथा एकल आवेशित सल्फर आयन (द्रव्यमान 32 amu) प्रारम्भ में विराम में हैं। इन्हें V विभव से त्वरित किया जाता है तथा उस एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र से गुजरने दिया जाता है, जो कणों के वेग के लम्बवत् है। इस क्षेत्र में, α -कण तथा सल्फर आयन क्रमशः r_α व r_s त्रिज्या की वृत्तीय कक्षाओं में गति करते हैं। अनुपात $\left(\frac{r_s}{r_\alpha}\right)$ का मान _____ है।

उत्तर (4)

हल $r = \frac{mv_0}{qB}$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = qV$$

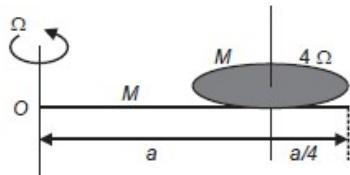
$$r = \frac{\sqrt{2mqV}}{qB}$$

$$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

$$\frac{r_s}{r_\alpha} = \sqrt{\frac{m_s}{q_s}} \times \sqrt{\frac{q_\alpha}{m_\alpha}} = \sqrt{2} \times \sqrt{8}$$

$$\frac{r_s}{r_\alpha} = 4$$

18. M द्रव्यमान व a लम्बाई की एक पतली छड़ बिन्दु O से गुजरते दृढ़ित ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष क्षैतिज तल में घूर्णन करने के लिए स्वतंत्र है। M द्रव्यमान व $\frac{a}{4}$ त्रिज्या की एक पतली वृत्तीय डिस्क इस छड़ पर कीलकित है तथा इसका केन्द्र मुक्त सिरे से $\frac{a}{4}$ दूरी पर है ताकि यह चित्र में दर्शाए अनुसार इसके ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष स्वतंत्र रूप से घूर्णन कर सके। माना छड़ तथा डिस्क दोनों का घनत्व एकसमान है तथा ये गति के दौरान क्षैतिज रहते हैं। एक बाह्य स्थिर प्रेक्षक को ज्ञात होता है कि छड़ कोणीय वेग Ω से घूर्णन कर रही है तथा डिस्क कोणीय वेग 4Ω से इसके ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष घूर्णन कर रही है। बिन्दु O के सापेक्ष निकाय का कुल कोणीय संवेग $\left(\frac{Ma^2\Omega}{48}\right)n$ है। n का मान _____ है।



उत्तर (49)

$$\text{हल } L_s = L_{\text{डिस्क}} + L_{\text{छड़}}$$

$$L_{\text{डिस्क}} = \vec{r} \times \vec{p} + I_{\text{cm}} 4\Omega$$

$$= \frac{Ma^2}{32} \times 4\Omega + \frac{3a}{4} \times \frac{3a}{4} \times M\Omega = \frac{11}{16} Ma^2\Omega$$

$$L_{\text{छड़}} = \frac{Ma^2\Omega}{3}$$

$$L_{\text{निकाय}} = \left(\frac{Ma^2}{3}\Omega + \frac{11}{16} Ma^2\Omega \right) = \frac{49}{48} Ma^2\Omega$$

$$n = 49$$

19. एक छोटी वस्तु को बड़े निर्वातित खोखले गोलीय पात्र के केन्द्र पर रखा गया है। माना कि पात्र 0 K पर व्यवस्थित है। समय $t = 0$ पर, वस्तु का ताप 200 K है। वस्तु का ताप $t = t_1$ पर 100 K तथा $t = t_2$ पर 50 K हो जाता है। माना वस्तु तथा पात्र आदर्श कृष्णिका हैं। वस्तु की ऊष्मा धारिता ताप पर निर्भर नहीं करती है। अनुपात $\left(\frac{t_2}{t_1}\right)$ का मान _____ है।

उत्तर (9)

$$\text{हल } \text{विकिरित ऊष्मा} = e\sigma AT^4$$

$$= KT^4$$

$$-mS \frac{dT}{dt} = KT^4$$

$$-mS \int_{200}^{100} \frac{dT}{T^4} = Kt_1$$

$$t_1 = \frac{1}{K_1} \left[\frac{1}{100^3} - \frac{1}{200^3} \right] = \frac{1}{K_1} \left[\frac{7}{200^3} \right]$$

$$t_2 = \frac{1}{K_1} \left[\frac{1}{50^3} - \frac{1}{200^3} \right] = \frac{1}{K_1} \left[\frac{63}{200^3} \right]$$

$$\frac{t_2}{t_1} = 9$$

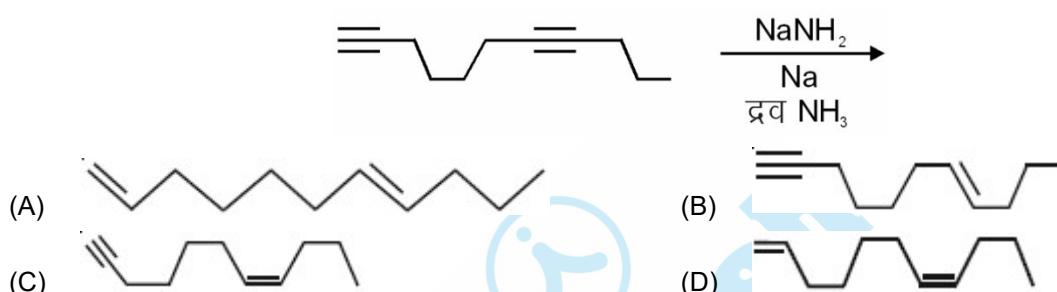
CHEMISTRY

खंड- 1

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार विकल्प (A), (B), (C) व (D)** दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से केवल एक विकल्प ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

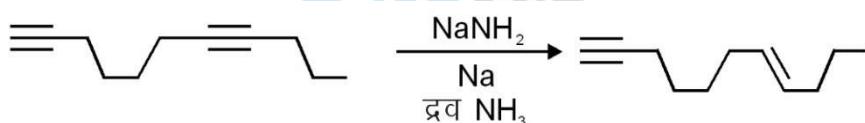
पूर्ण अंक	:	+3	यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
शून्य अंक	:	0	यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)
ऋण अंक	:	-1	अन्य सभी परिस्थितियों में।

1. निम्नलिखित अभिक्रिया में प्राप्त मुख्य उत्पाद है

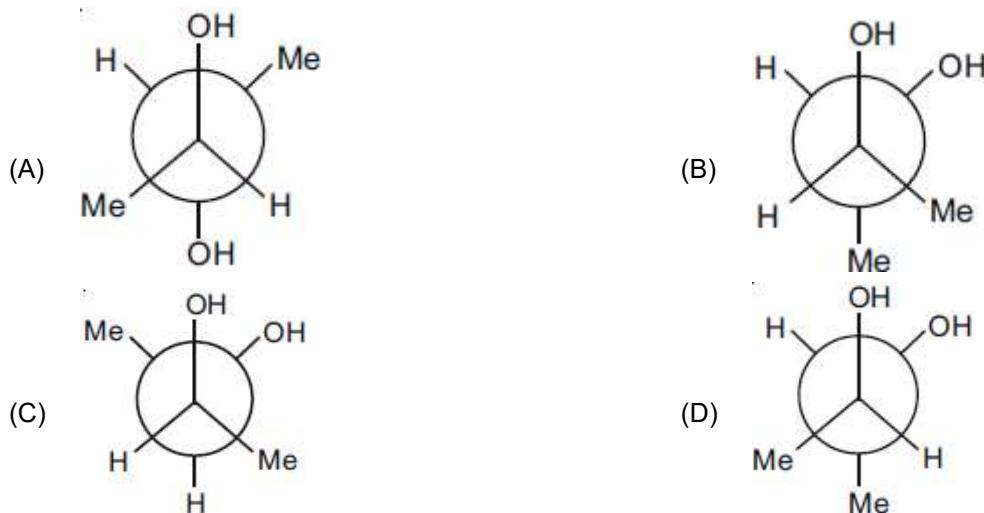


उत्तर (B)

हल यह एक बर्च अपचयन है। एल्काइन की द्रव NH_3 में क्षार धातु के साथ अभिक्रिया पर विपक्ष-एल्कीन प्राप्त होती है। लेकिन अन्तस्थ एल्काइन अपचयित नहीं होते।

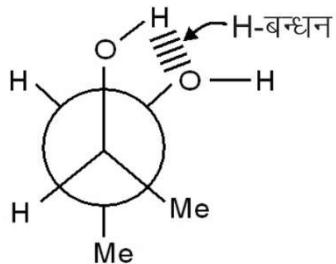


2. निम्नलिखित में से संरूपण जो मेसो-ब्यूटेन-2,3-डाई ऑल के सर्वाधिक स्थायी संरूपण से सम्बन्धित है, वह है

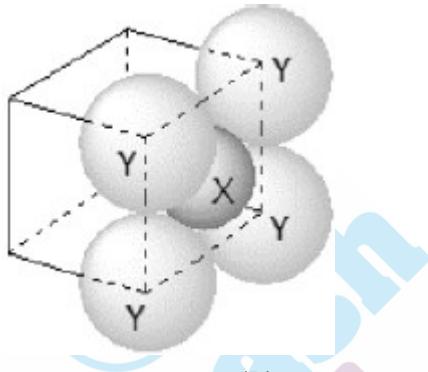


उत्तर (B)

हल मेसो यौगिकों में सममिति तल होते हैं। ब्यूटेन-2, 3-डाइऑल में गौश रूप अन्तः आणविक H-बन्धन के कारण अत्यधिक स्थायी है।



3. नीचे दर्शाए गए (स्पष्टता के लिए केवल एक फलक के आयन दर्शाएं गए है) धनायन X तथा ऋणायन Y से बने एक लवण की दी गयी निबिड, संकुलित संरचना के लिए संकुलन प्रभाज लगभग है (संकुलन प्रभाज = $\frac{\text{संकुलन दक्षता}}{100}$)



- (A) 0.74
(C) 0.52

- (B) 0.63
(D) 0.48

उत्तर (B)

हल a = एकक कोष्ठिका की कोर लंबाई

$$2r_y = a$$

$$2(r_x + r_y) = \sqrt{2}a$$

$$2r_x + a = \sqrt{2}a$$

$$2r_x = a(\sqrt{2} - 1)$$

$$r_x = 0.207a$$

$$\text{संकुलन प्रभाज} = \frac{3 \times X \text{ का आयतन} + Y \text{ का आयतन}}{\text{एकक कोष्ठिका का आयतन}}$$

$$= \frac{3 \times \frac{4}{3} \times \pi r_x^3 + \frac{4}{3} \times \pi \times r_y^3}{a^3}$$

$$= \frac{4 \times \pi \times (0.207a)^3 + \frac{4}{3} \times \pi \times (0.5a)^3}{a^3}$$

$$\approx 0.63$$

4. $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$ तथा $[\text{CuF}_6]^{3-}$ के चक्रण मात्र चुम्बकीय आघूर्ण की गणना क्रमशः (BM में) कीजिए
(Cr तथा Cu के परमाणु क्रमांक क्रमशः 24 तथा 29 हैं)
- (A) 3.87 तथा 2.84 (B) 4.90 तथा 1.73
 (C) 3.87 तथा 1.73 (D) 4.90 तथा 2.84

उत्तर (A)

हल $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{3+} = \text{Cr}^{3+}$

$$\text{Cr}^{3+} = 3d^3 4s^0$$

इसमें 3 अयुग्मित इलेक्ट्रॉन हैं।

$$\mu = \sqrt{n(n+2)} \text{ BM} = \sqrt{3(3+2)} \text{ BM} = 3.87 \text{ BM}$$

$$[\text{CuF}_6]^{3-} = \text{Cu}^{+3}$$

$$\text{Cu}^{+3} = 3d^8 4s^0$$

इसमें 2 अयुग्मित इलेक्ट्रॉन हैं।

$$\mu = \sqrt{2(2+2)} \text{ BM} = 2.84 \text{ BM}$$

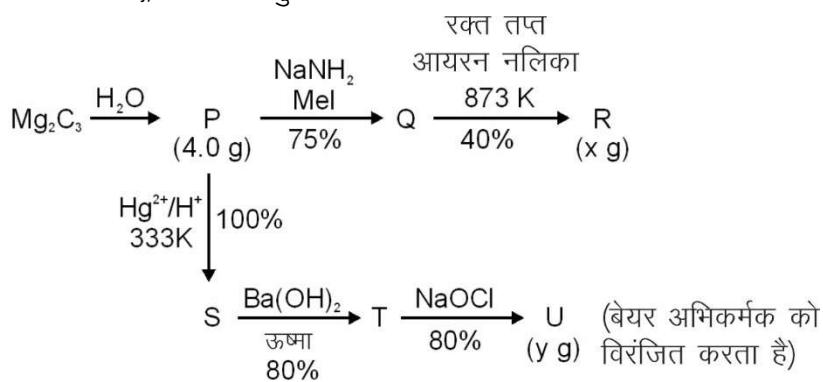
खंड - 2

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न अनुच्छेद हैं।
 - प्रत्येक प्रश्न अनुच्छेद से संबंधित दो (02) प्रश्न दिए गए हैं।
 - प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान है।
 - प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर से संबंधित सही संख्यात्मक मान को माउस और ऑन-स्क्रीन वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड के प्रयोग से चिह्नित स्थान पर दर्ज करें।
 - यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को/का दशमलव के दो स्थानों तक संक्षिप्त/सन्निकटन करें।
 - प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा।
- | | | |
|-----------|------|--|
| पूर्ण अंक | : +2 | यदि चिह्नित स्थान पर सिर्फ सही संख्यात्मक मान ही दर्ज किया गया है। |
| शून्य अंक | : 0 | अन्य सभी परिस्थितियों में। |

प्रश्न संख्या 5 व 6 के लिए अनुच्छेद

प्रश्न अनुच्छेद

निम्नलिखित अभिक्रिया आरेख के लिए, तीर के अनुदिश प्रतिशत लघि दी गयी है:



x g तथा y g क्रमशः R तथा U के द्रव्यमान हैं;

(H, C तथा O के लिए मोलर द्रव्यमान (g mol^{-1} में) क्रमशः 1, 12, 16 हैं)

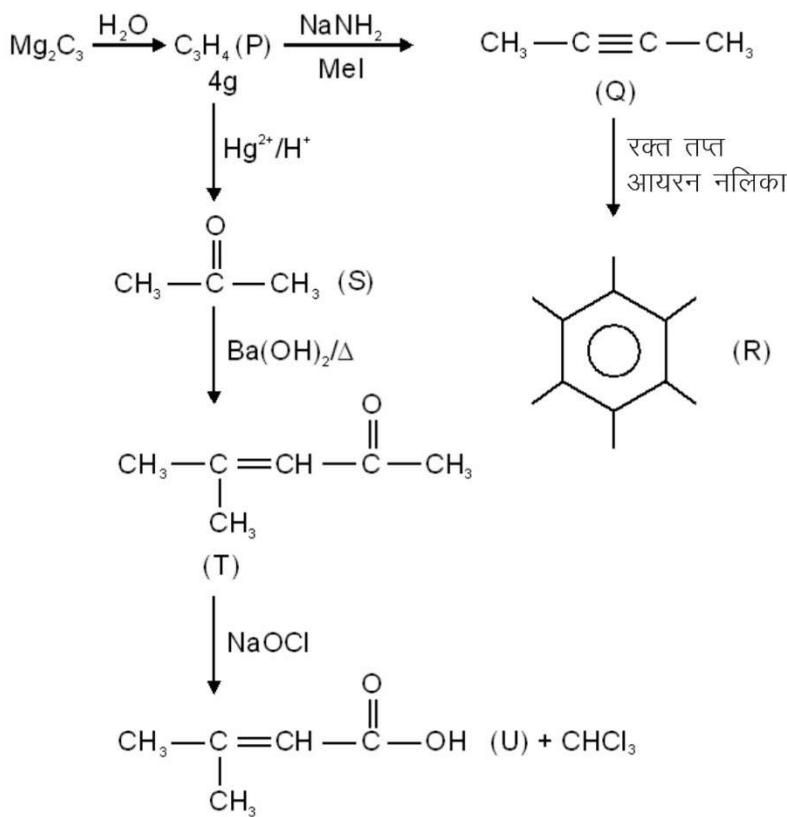
5. x का मान _____ है।

उत्तर (1.62)

6. y का मान _____ है।

उत्तर (3.20)

प्रश्न संख्या 5 तथा 6 के लिए हल :



$$4 \text{ g C}_3\text{H}_4 = 0.1 \text{ मोल}$$

0.1 मोल P से 0.01 मोल R प्राप्त होगा

$\Rightarrow 1.62 \text{ g R}$ प्राप्त होता है

0.1 मोल P से 0.32 मोल U प्राप्त होता है

$= 3.2 \text{ g U}$ प्राप्त होता है

प्रश्न संख्या 7 व 8 के लिए प्रश्न अनुच्छेद

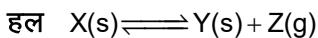
प्रश्न अनुच्छेद

अभिक्रिया $X(s) \rightleftharpoons Y(s) + Z(g)$ के लिए, $\ln \frac{p_z}{p^\ominus} \propto \frac{10^4}{T}$ के मध्य आरेख नीचे दिया गया है (ठोस रेखा में), जहाँ p_z ताप T पर गैस Z का दाब (बार में) तथा $p^\ominus = 1$ बार है

(दिया है, $\frac{d(\ln K)}{d\left(\frac{1}{T}\right)} = -\frac{\Delta H^\ominus}{R}$, जहाँ साम्य नियतांक, $K = \frac{p_z}{p^\ominus}$ तथा गैस नियतांक, $R = 8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$)

7. दी गयी अभिक्रिया के लिए मानक एन्थैल्पी ΔH° (kJ mol⁻¹ में) का मान _____ है।

उत्तर (166.28)



$$\text{दिया है: } K = \frac{p_z}{p^\circ}$$

$$\ln K = \ln A - \frac{\Delta H^\circ}{RT}$$

$$\Rightarrow \ln \frac{p_z}{p^\circ} = \ln A - \frac{\Delta H^\circ}{RT}$$

$$\ln \frac{p_z}{p^\circ} \text{ व } \frac{1}{T} \text{ के मध्य ग्राफ की ढाल } \frac{d \left[\ln \left(\frac{p_z}{p^\circ} \right) \right]}{d \left(\frac{1}{T} \right)} = \frac{-\Delta H^\circ}{R}$$

$$\text{ग्राफ से, } \frac{-\Delta H^\circ}{R} = -2 \times 10^4$$

$$\Rightarrow \Delta H^\circ = 2 \times 10^4 \times 8.314 \text{ J}$$

$$\Delta H^\circ = 166.28 \text{ kJ mol}^{-1}$$

8. 1000 K पर दी गयी अभिक्रिया के लिए ΔS° (J K⁻¹ mol⁻¹ में) का मान _____ है।

उत्तर (141.34)



$$\ln K = -\frac{\Delta H^\circ}{RT} + \frac{\Delta S^\circ}{R}$$

$$\frac{\Delta S^\circ}{R} = 17$$

$$\Delta S^\circ = 17R = 141.338 \text{ J K}^{-1}$$

प्रश्न संख्या 9 व 10 के लिए अनुच्छेद

प्रश्न अनुच्छेद

0.1 मोलल सिल्वर नाइट्रोट विलयन (विलयन A) में जल का क्वथनांक $x^\circ\text{C}$ है। इस विलयन A में 0.1 मोलल जलीय बेरियम क्लोराइड विलयन का तुल्य आयतन मिलाकर एक नया विलयन B बनाया जाता है। दोनों विलयन A तथा B में जल के क्वथनांक में अन्तर $y \times 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}$ है।

(माना: विलयन A तथा B के घनत्व जल के घनत्व के समान हैं तथा विलेयशील लवण पूर्ण वियोजित होता है)

मोलल उन्नयन स्थिरांक (क्वथनांकमितीय नियतांक), $K_b = 0.5 \text{ K kg mol}^{-1}$; शुद्ध जल का क्वथनांक 100°C)

9. x का मान _____ है।

उत्तर (100.1)

10. $|y|$ का मान _____ है।

उत्तर (2.5)

प्रश्न 9 व 10 के लिए हल

AgNO_3 विलयन की दी गयी मोललता 0.1 मोलल (विलयन-A)

$$\Delta T_b = iK_b m$$



AgNO_3 के लिए वाण्ट हॉफ गुणांक (i) = 2

$$\Delta T_b = 2 \times 0.5 \times 0.1$$

$$(T_s - T^\circ) = 0.1$$

$$(T_s)_A = 100.1^\circ\text{C}, \text{ अतः } x = 100.1$$

अब विलयन-A के समान आयतन को 0.1 मोलल BaCl_2 विलयन के साथ मिलाकर विलयन-B बनाया जाता है। AgNO_3 तथा BaCl_2 क्रिया करके $\text{AgCl}(s)$ बनाते हैं।

1000 gram विलायक या 1017 gram या 1017 mL विलयन में 0.1 मोल AgNO_3 उपस्थित है,

V ml 0.1 मोलल विलयन में AgNO_3 के मिलिमोल लगभग 0.1 V है, इसी प्रकार BaCl_2 में



$$\Delta T_b = \left[\frac{0.05V \times 3}{2V} + \frac{0.05V \times 3}{2V} \right] \times 0.5 = 0.075$$

$$(T_s)_B = 100.075^\circ\text{C}$$

$$(T_s)_A - (T_s)_B = 100.1 - 100.075 = 0.025^\circ\text{C}$$

$$= 2.5 \times 10^{-2}^\circ\text{C}$$

इसलिए, x = 100.1 तथा |y| = 2.5

खंड - 3

- इस खंड में छ: (06) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) व (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक	:	+4	यदि केवल (सभी) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है;
आंशिक अंक	:	+3	यदि चारों विकल्प सही हैं परंतु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है;
आंशिक अंक	:	+2	यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं;
आंशिक अंक	:	+1	यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल एक विकल्प को चुना गया है और यह एक सही विकल्प है;
शून्य अंक	:	0	यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है);
ऋण अंक	:	-2	अन्य सभी परिस्थितियों में।

- उदाहरण के लिए, एक प्रश्न में यदि (A), (B) तथा (D) सही उत्तरों से संबंधित केवल तीन विकल्प हैं, तो केवल (A), (B) तथा (D) के चुने जाने पर +4 अंक प्राप्त होंगे;

केवल (A) तथा (B) के चुने जाने पर +2 अंक प्राप्त होंगे;

केवल (A) तथा (D) के चुने जाने पर +2 अंक प्राप्त होंगे;

केवल (B) तथा (D) के चुने जाने पर +2 अंक प्राप्त होंगे;

केवल (A) के चुने जाने पर +1 अंक प्राप्त होगा;

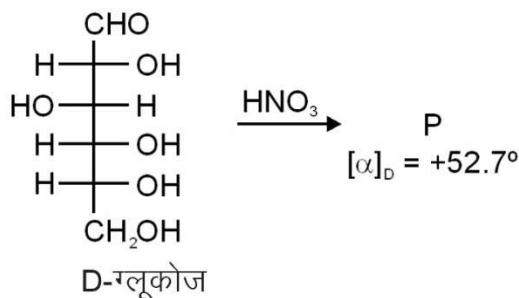
केवल (B) के चुने जाने पर +1 अंक प्राप्त होगा;

केवल (D) के चुने जाने पर +1 अंक प्राप्त होगा;

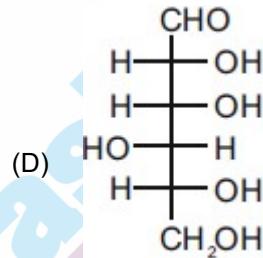
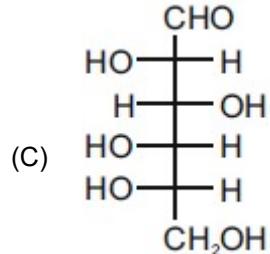
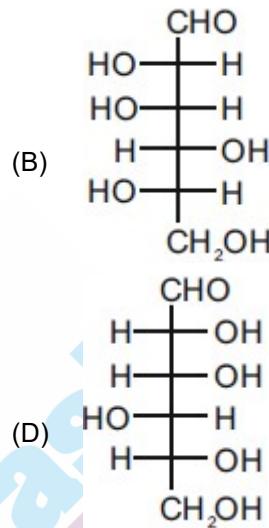
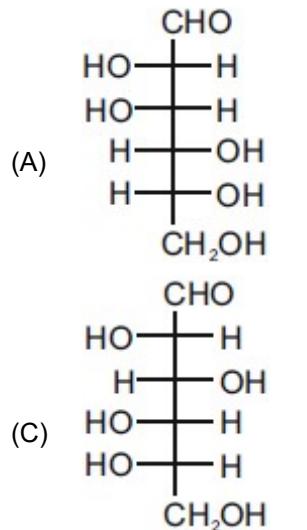
किसी भी विकल्प (विकल्पों) का चयन न किए जाने पर (अर्थात् अनुत्तरित प्रश्न) 0 अंक प्राप्त होगा तथा

किसी भी अन्य विकल्पों के चुने जाने पर -2 अंक प्राप्त होंगे।

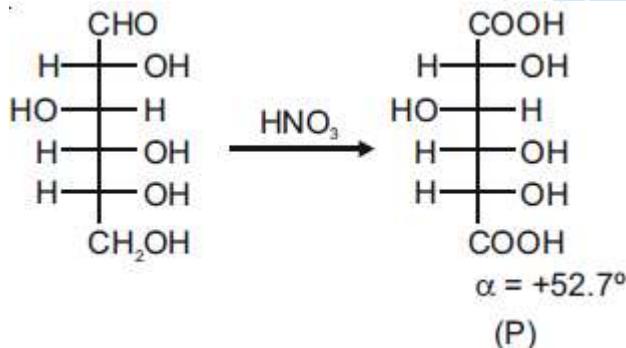
11. दिया गया है:



यौगिक जो HNO_3 के साथ अभिक्रिया पर घूर्णन कोटि $[\alpha]_D = -52.7^\circ$ वाला उत्पाद देते हैं, वे हैं / हैं

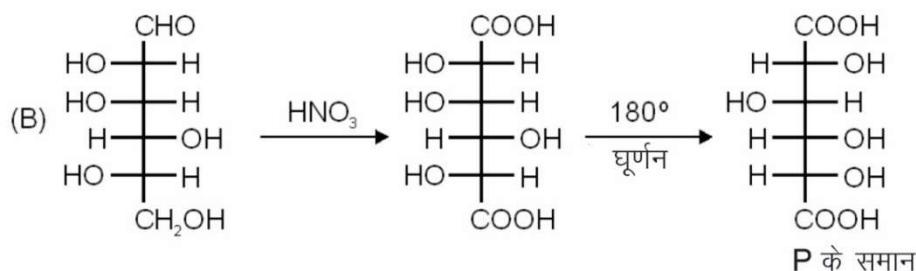


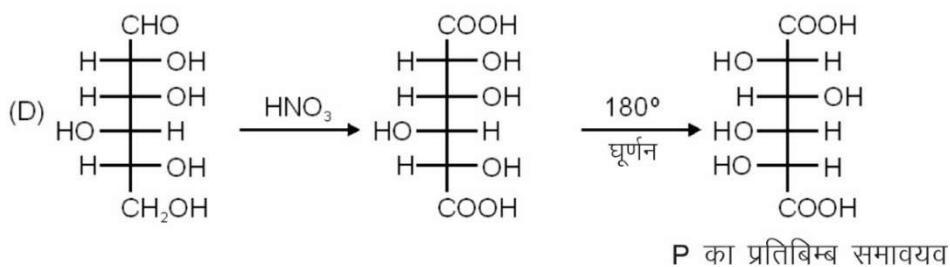
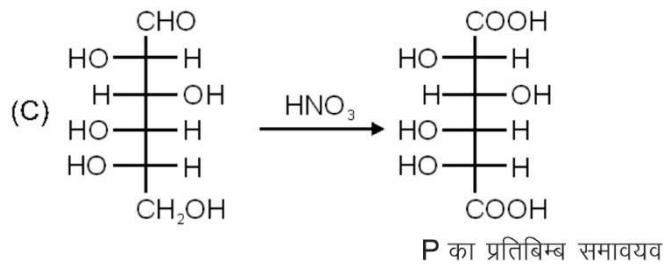
उत्तर (C, D)



हल

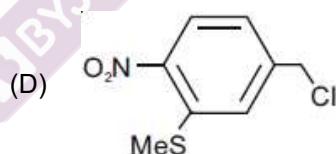
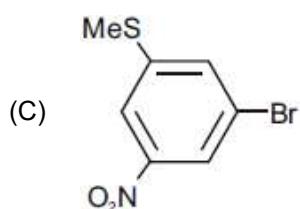
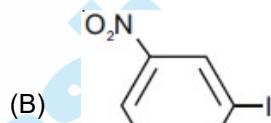
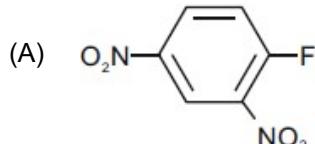
P के प्रतिबिम्ब समावयव का घूर्णन -52.7° है। अतः अभिकारक D-ग्लूकोज का समावयव है जो P का दर्पण प्रतिबिम्ब दे सकता है



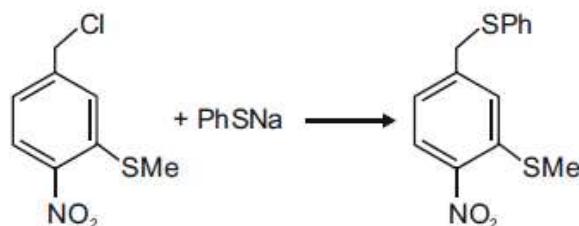
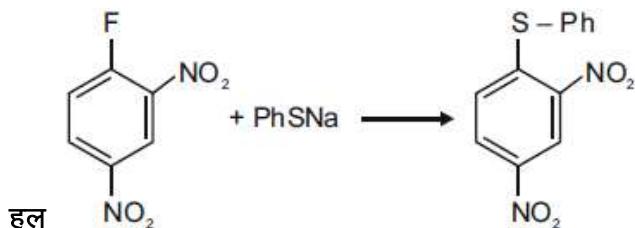


अतः उत्तर C तथा D होगा।

12. Q की PhSNa के साथ अभिक्रिया पर एक कार्बनिक यौगिक (मुख्य उत्पाद) प्राप्त होता है जो Na_2O_2 के साथ उपचार व बाद में BaCl_2 मिलाने पर धनात्मक कर्टियस परीक्षण देता है। Q के लिए सही विकल्प हैं/हैं



उत्तर (A, D)



उत्तर (A) तथा (D) होना चाहिए

विकल्प - B तथा C में दिए गए यौगिक PhSNa के साथ क्रिया नहीं करते।

13. कोलॉयड से सम्बन्धित सही कथन है / हैं

- (A) विद्युतअपघट्य द्वारा कोलॉयडी सॉल को अवक्षेपित करने का प्रक्रम पेटीकरण कहलाता है
- (B) समान सांद्रता वाले कोलॉयडी विलयन वास्तविक विलयन की अपेक्षा उच्च ताप पर जमता है
- (C) पृष्ठ संक्रियक क्रांतिक मिसैल सांद्रण (CMC) के ऊपर मिसेल बनाते हैं। CMC ताप पर निर्भर करती है
- (D) मिसैल वृहदआणविक कोलॉयड होते हैं

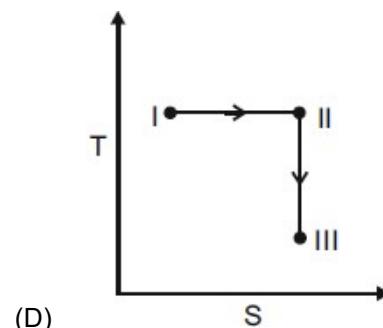
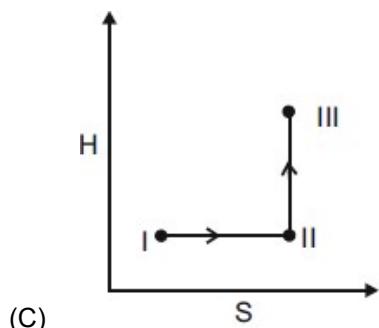
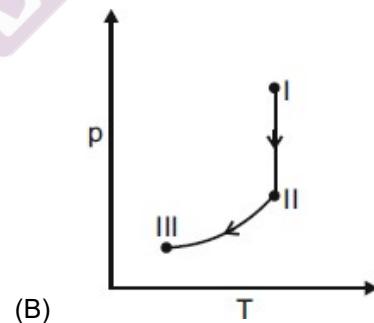
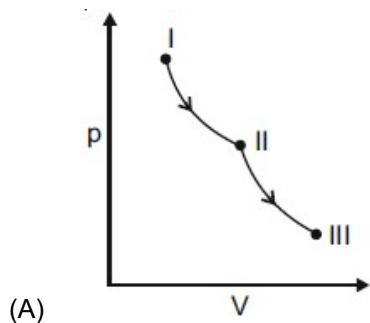
उत्तर (B, C)

हल सही कथनों का चयन कीजिए

- (A) एक विद्युतअपघट्य द्वारा कोलॉयडी विलयन को अवक्षेपित करने का प्रक्रम पेटीकरण कहलाता है - गलत, (यह अवक्षेप को कोलॉयड में परिवर्तित करने का प्रक्रम है)
- (B) समान सांद्रता वाले कोलॉयडी विलयन वास्तविक विलयन की अपेक्षा उच्च ताप पर जमता है - सही (अणुसंख्य गुणधर्म)
- (C) पृष्ठ संक्रियक क्रांतिक मिसैल सांद्रण (CMC) के ऊपर मिसेल बनाते हैं। CMC ताप पर निर्भर करती है – सही
- (D) मिसैल वृहद आणविक कोलॉयड होते हैं – गलत, चूँकि मिसैल संगुणित कोलॉयड होते हैं

14. एक आदर्श गैस का उत्क्रमणीय व समतापीय रूप से अवस्था I से अवस्था II तक प्रसार होता है बाद में अवस्था II से अवस्था III तक इसका उत्क्रमणीय रूद्धोष्म प्रसार होता है। अवस्था I से अवस्था III में परिवर्तन को दर्शाने वाला सही आरेख है / हैं

(p: दाब, V: आयतन, T: ताप, H: एन्थैल्पी, S: एन्ट्रॉपी)



उत्तर (A, B, D)

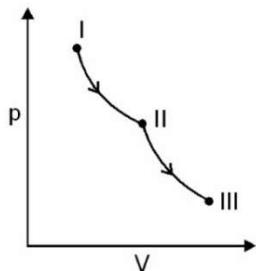
हल I → II → उत्क्रमणीय, समतापीय प्रसार

T → नियतांक, $\Delta V \rightarrow +ve$, $\Delta S \rightarrow +ve$ $\Delta H \Rightarrow 0$

II → III → उत्क्रमणीय, रुद्धोष प्रसार

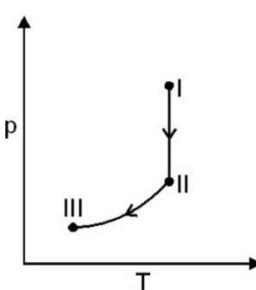
$Q = 0$, $\Delta V \rightarrow +ve$, $\Delta S \rightarrow 0$

(A)



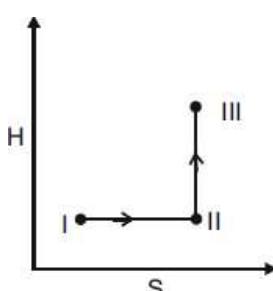
ऋणात्मक ढाल – समतापीय < रुद्धोष
I → II → समतापीय
II → III → रुद्धोष

(B)



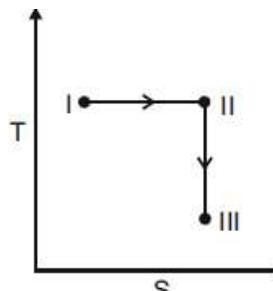
I → II → T नियत
II → III → रुद्धोष

(C)



I → II → $\Delta S \rightarrow +ve$, $\Delta H \Rightarrow 0$
II → III → $\Delta S \rightarrow 0$, $\Delta H \rightarrow -ve$

(D)



I → II → $\Delta S \rightarrow +ve$, $\Delta T = 0$
II → III → $\Delta S \rightarrow 0$

15. धातु निष्कर्षण प्रक्रम से सम्बन्धित सही कथन है/हैं

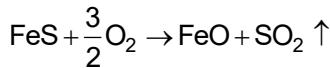
- (A) PbS तथा PbO के मिश्रण के स्वतःअपचयन पर Pb तथा SO₂ प्राप्त होता है
- (B) कॉपर पाइराइट से कॉपर के निष्कर्षण प्रक्रम में, कॉपर सिलिकेट बनाने के लिए सिलिका मिलाया जाता है
- (C) कॉपर के सल्फाइड अयस्क के भर्जन द्वारा आंशिक ऑक्सीकरण व बाद में स्वतः अपचयन पर फफोलेदार (ब्लिस्टर) कॉपर प्राप्त होता है
- (D) सायनाइड प्रक्रम में, Na[Au(CN)₂] से गोल्ड को अवक्षेपित करने के लिए जिंक चूर्ण मिलाया जाता है

उत्तर (A, C, D)



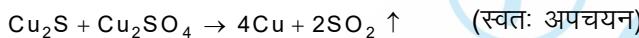
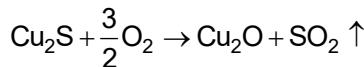
PbS तथा PbO के मध्य स्वतः अपचयन होता है।

बैसेमर परिवर्तक में : बैसेमर परिवर्तक के लिए कच्चा पदार्थ मेट अर्थात्, $Cu_2S + FeS$ (अल्प) होता है। यहाँ वायु के झोंकों से पहले धातुमल बनता है तथा SiO_2 बाह्य स्रोत से मिलाई जाती है।

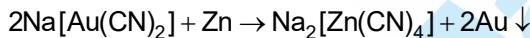


धातुमल निर्माण के दौरान, बैसेमर परिवर्तक के मूँह के पास अभिलाक्षणिक हरी ज्वाला प्रेक्षित होती है जो FeO के रूप में आयरन की उपस्थिति को निर्दिष्ट करता है। इस हरी ज्वाला का लुप्त होना निर्दिष्ट करता है कि धातुमल निर्माण पूर्ण हो गया। फिर वायु का प्रवाह बंद करके धातुमल को निष्कासित कर लिया जाता है।

स्व:अपचयन से पहले आंशिक भर्जन के लिए वायु का झोंका तब तक पुनः प्रारम्भ किया जाता है जब तक कि Cu_2S का दो तिहाई भाग Cu_2O में परिवर्तित नहीं हो जाए। इसके बाद स्वतः अपचयन प्रक्रम के लिए केवल ऊष्मन जारी रखा जाता है।



अतः प्राप्त संगलित Cu को बड़े पात्र में डाला जाता है तथा ठण्डा होने दिया जाता है और शीतलन के दौरान मुक्त SO_2 गैस पृष्ठ तक आ जाती है तथा फफोले उत्पन्न कर देती है। यह फफोलेदार कॉपर कहलाता है।



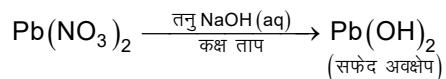
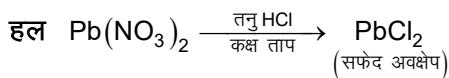
16. दो लवणों के मिश्रण के उपयोग से विलयन S बनाया जाता है जो निम्नलिखित परिणाम देता है :

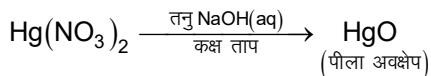
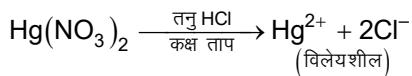
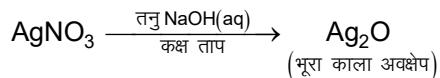
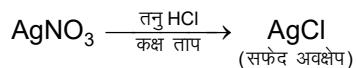
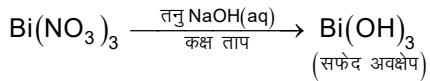
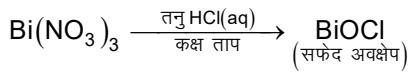
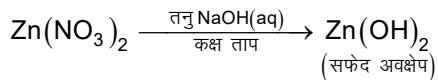
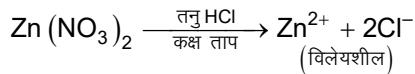


लवण मिश्रण के लिए सही विकल्प है/हैं

- (A) $Pb(NO_3)_2$ तथा $Zn(NO_3)_2$
- (B) $Pb(NO_3)_2$ तथा $Bi(NO_3)_3$
- (C) $AgNO_3$ तथा $Bi(NO_3)_3$
- (D) $Pb(NO_3)_2$ तथा $Hg(NO_3)_2$

उत्तर (A, B)





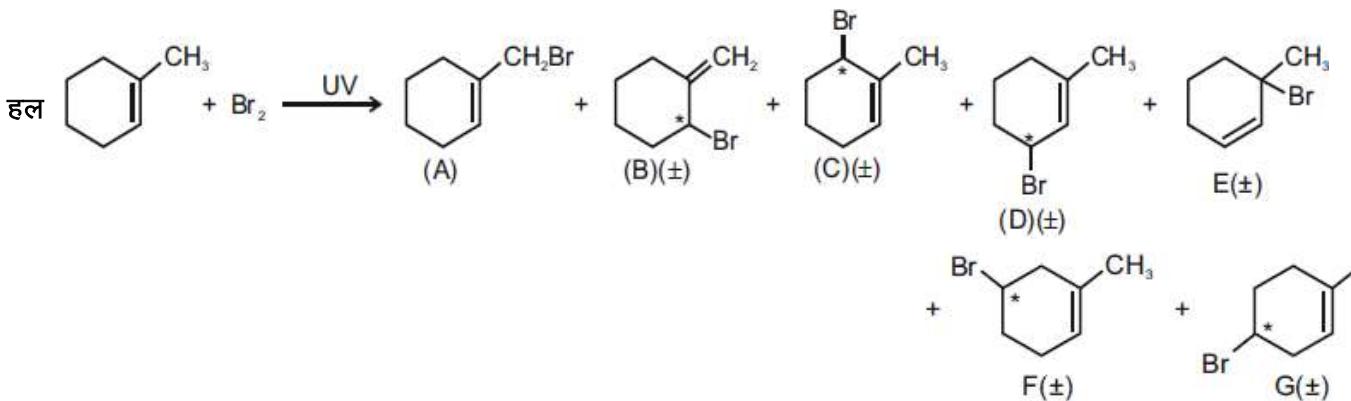
खंड - 4

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक अ-ऋणात्मक पूर्णांक है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर से संबंधित सही पूर्णांक को माउस और ऑन-स्क्रीन वर्चुअल न्युमेरिक कीपैड के प्रयोग से चिह्नित स्थान पर उत्तर दर्ज कीजिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक	: +4	यदि केवल सही संख्यात्मक मान ही दर्ज किया गया है।
शून्य अंक	: 0	अन्य सभी परिस्थितियों में

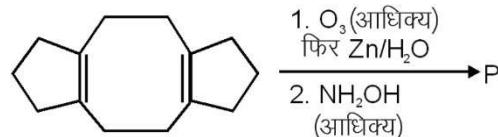
17. Br_2 तथा UV प्रकाश के उपयोग 1-मेथिलसाइक्लोहेक्स-1-ईन के मोनोब्रोमीनीकरण पर बनने वाले संभव समावयवियों (त्रिविम समावयव सहित) की अधिकतम संख्या _____ हो सकती है।

उत्तर (13)



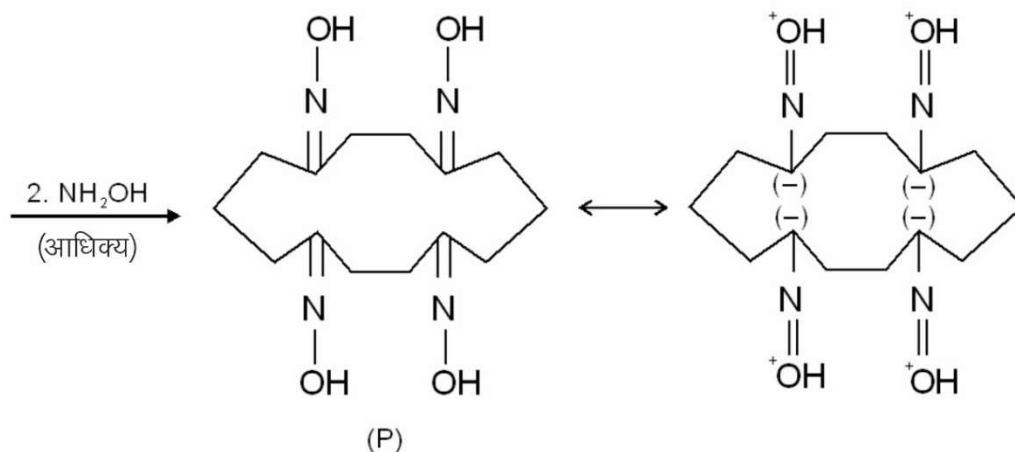
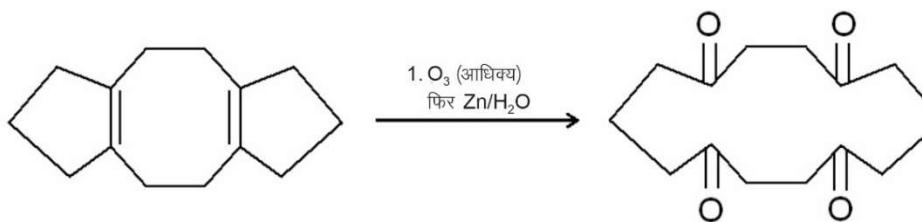
UV प्रकाश की उपस्थिति में 1-मेथिलसाइक्लोहेक्सीन का मोनोब्रोमीनीकरण मुक्त मूलक क्रियाविधि द्वारा सम्पन्न होता है। एल्किल मूलक बनते हैं जो अनुनाद द्वारा स्थायी हो जाते हैं। द्वितीय एल्किल मूलक भी बनते हैं जो अतिसंयुग्मन द्वारा स्थायी होते हैं। प्राप्त सात उत्पादों में से छः प्रकाशिक सक्रिय हैं अतः संभव 13 समावयव बनते हैं।

18. नीचे दी गयी अभिक्रिया में, मुख्य उत्पाद P में sp^2 संकरण वाले परमाणुओं की कुल संख्या _____ है।



उत्तर (12)

हल



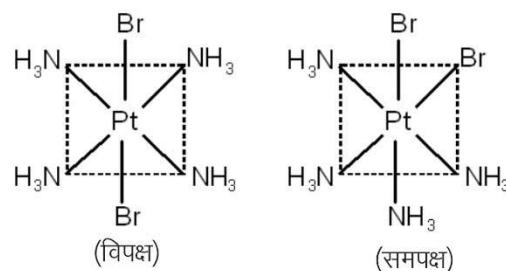
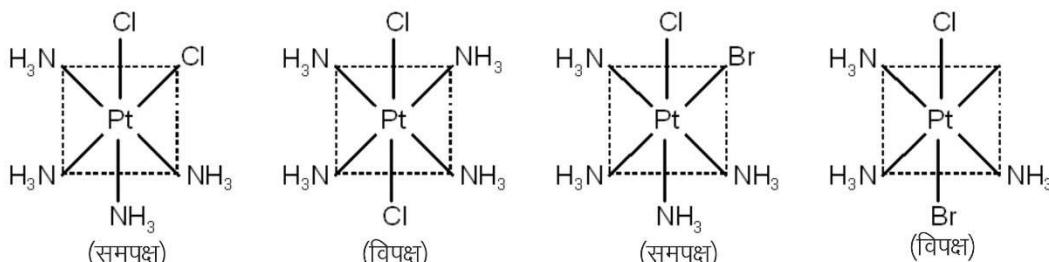
मुख्य उत्पाद (P) में sp^2 संकरण वाले परमाणुओं की कुल संख्या = 12

इसमें 4 C-परमाणु, 4 N-परमाणु तथा 4 O-परमाणु हैं।

19. $[Pt(NH_3)_4Cl_2]Br_2$ के लिए संभव समावयवियों की कुल संख्या है

उत्तर (6)

हल दिए गए संकुल $[Pt(NH_3)_4Cl_2]Br_2$ के तीन आयनन समावयव हैं तथा इनमें से प्रत्येक के दो ज्यामितीय समावयव हैं।



MATHEMATICS

खंड- 1

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) व (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से केवल एक विकल्प ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक	:	+3	यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
शून्य अंक	:	0	यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)
ऋण अंक	:	-1	अन्य सभी परिस्थितियों में।

- माना एक त्रिभुज की दो भुजाएँ x -अक्ष तथा रेखा $x + y + 1 = 0$ पर स्थित हैं। यदि Δ का लम्बकेन्द्र $(1, 1)$ है, तब त्रिभुज के शीर्षों से गुजरने वाले वृत्त का समीकरण है

(A) $x^2 + y^2 - 3x + y = 0$	(B) $x^2 + y^2 + x + 3y = 0$
(C) $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$	(D) $x^2 + y^2 + x + y = 0$

उत्तर (B)

हल जैसा कि हम जानते हैं, लम्बकेन्द्र का दर्पण प्रतिबिंब परिवृत्त पर स्थित है।

x -अक्ष में $(1, 1)$ का प्रतिबिंब $(-1, 1)$ है।

$x + y + 1 = 0$ में $(1, 1)$ का प्रतिबिंब $(-2, -2)$ है।

\therefore अभीष्ट वृत्त $(1, 1)$ तथा $(-2, -2)$ दोनों से गुजरेगा।

\therefore केवल $x^2 + y^2 + x + 3y = 0$ दोनों को संतुष्ट करता है।

- क्षेत्र

$$\left\{ (x, y) : 0 \leq x \leq \frac{9}{4}, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad x \geq 3y, \quad x + y \geq 2 \right\}$$

का क्षेत्रफल है

$$(A) \frac{11}{32}$$

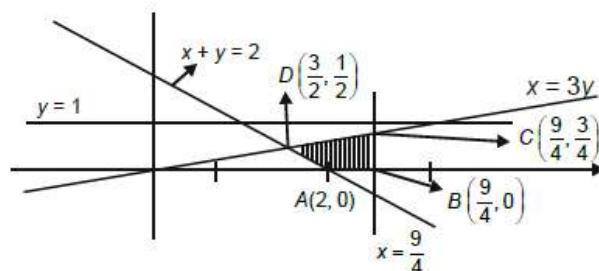
$$(B) \frac{35}{96}$$

$$(C) \frac{37}{96}$$

$$(D) \frac{13}{32}$$

उत्तर (A)

हल अभीष्ट क्षेत्र का कच्चा चित्र है



\therefore अभीष्ट क्षेत्रफल

ΔACD का क्षेत्रफल + ΔABC का क्षेत्रफल

$$\text{अर्थात्, } \frac{1}{4} + \frac{3}{32} = \frac{11}{32} \text{ वर्ग इकाई है}$$

3. माना तीन समुच्चय $E_1 = \{1, 2, 3\}$, $F_1 = \{1, 3, 4\}$ तथा $G_1 = \{2, 3, 4, 5\}$ हैं। दो अवयव समुच्चय E_1 से बिना प्रतिस्थापन के यादृच्छ्या चयनित किए जाते हैं तथा माना S_1 इन चयनित अवयवों के समुच्चय को निरूपित करता है। माना $E_2 = E_1 - S_1$ तथा $F_2 = F_1 \cup S_1$, अब दो अवयव समुच्चय F_2 से बिना प्रतिस्थापन के यादृच्छ्या चयनित किए जाते हैं तथा माना S_2 इन चयनित अवयवों के समुच्चय को निरूपित करता है।

माना $G_2 = G_1 \cup S_2$, अन्ततः दो अवयव समुच्चय G_2 से बिना प्रतिस्थापन के यादृच्छ्या चयनित किए जाते हैं तथा माना S_3 इन चयनित अवयवों के समुच्चय को निरूपित करता है।

माना $E_3 = E_2 \cup S_3$, दिया है कि $E_1 = E_3$, माना p घटना $S_1 = \{1, 2\}$ की प्रतिबंधात्मक प्रायिकता है। तब p का मान है

(A) $\frac{1}{5}$

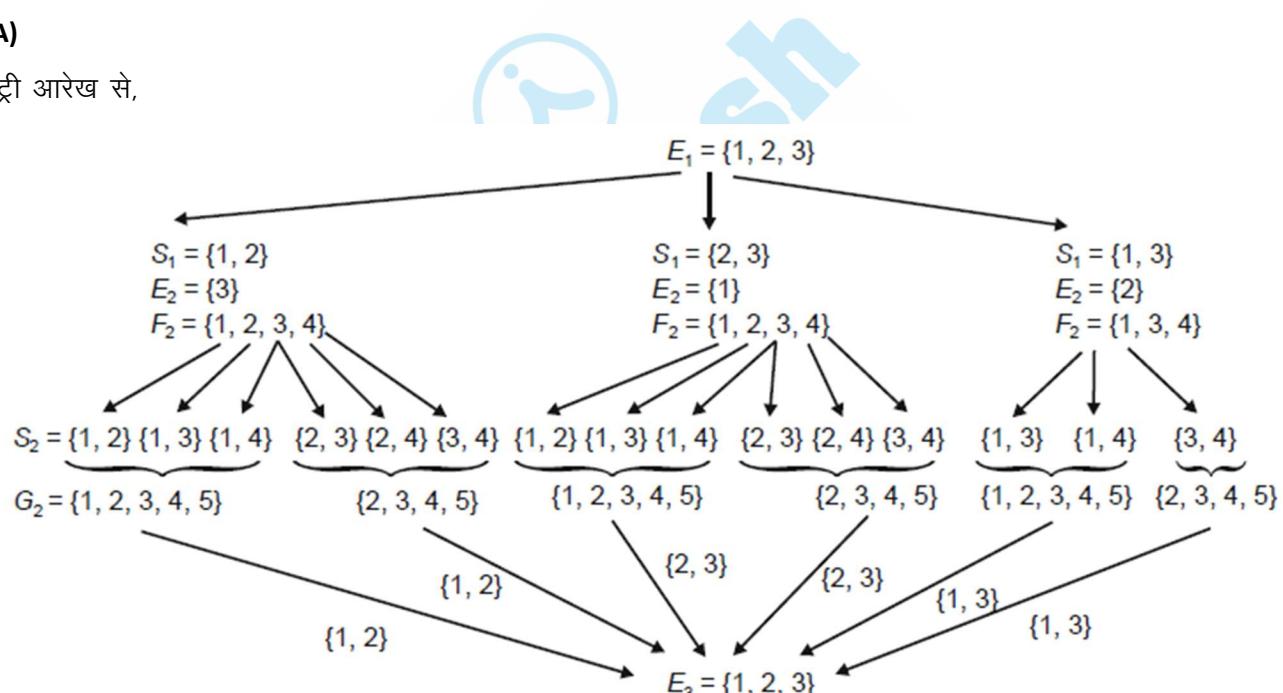
(B) $\frac{3}{5}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{2}{5}$

उत्तर (A)

हल द्री आरेख से,



$$P(E_1 = E_3) = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} + \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{10} + \frac{1}{3} \times 0 \right]$$

$$= \frac{1}{3} \left[\frac{1}{4} \right]$$

$$\text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{\frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \right]}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}} = \frac{1}{5}$$

4. माना $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{10}$ धनात्मक मान वाले कोण (रेडियन में) हैं जबकि $\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_{10} = 2\pi$. $k = 2, 3, \dots, 10$ के लिए सम्मिश्र संख्याओं $z_1 = e^{i\theta_1}, z_k = z_{k-1}e^{i\theta_k}$ को परिभाषित कीजिए, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ नीचे दिये गये कथनों P व Q पर विचार कीजिए :

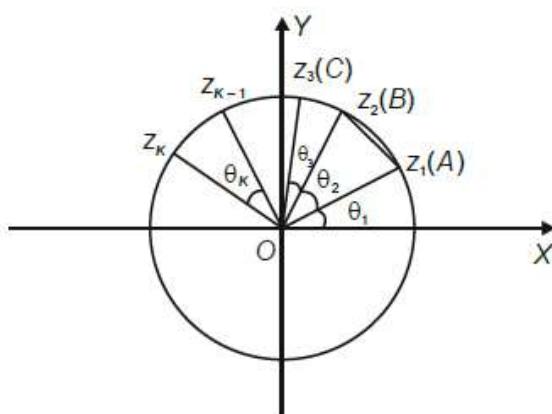
$$P : |z_2 - z_1| + |z_3 - z_2| + \dots + |z_{10} - z_9| + |z_1 - z_{10}| \leq 2\pi$$

$$Q : |z_2^2 - z_1^2| + |z_3^2 - z_2^2| + \dots + |z_{10}^2 - z_9^2| + |z_1^2 - z_{10}^2| \leq 4\pi$$

- (A) P सही है तथा Q गलत है
- (B) Q सही है तथा P गलत है
- (C) P तथा Q दोनों सही हैं
- (D) P तथा Q दोनों गलत हैं

उत्तर (C)

हल



$|z_2 - z_1|$ = रेखा AB की लम्बाई \leq चाप AB की लम्बाई

$|z_3 - z_2|$ = रेखा BC की लम्बाई \leq चाप BC की लम्बाई

\therefore इन 10 रेखाओं की लम्बाई का योगफल \leq चाप (अर्थात् 2π) की लम्बाई का योगफल

(चूँकि $(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_{10}) = 2\pi$)

$$\therefore |z_2 - z_1| + |z_3 - z_2| + \dots + |z_1 - z_{10}| \leq 2\pi$$

$$\text{तथा } |z_k^2 - z_{k-1}^2| = |z_k - z_{k-1}| |z_k + z_{k-1}|$$

जैसा कि हम जानते हैं $|z_k + z_{k-1}| \leq |z_k| + |z_{k-1}| \leq 2$

$$|z_2^2 - z_1^2| + |z_3^2 - z_2^2| + \dots + |z_{10}^2 - z_9^2| \leq 2 (|z_2 - z_1| + |z_3 - z_2| + \dots + |z_1 - z_{10}|)$$

$$\leq 2 (2\pi)$$

$\therefore (P)$ व (Q) दोनों सही हैं।

खंड - 2

- इस खंड में तीन (03) प्रश्न अनुच्छेद हैं।
- प्रत्येक प्रश्न अनुच्छेद से संबंधित दो (02) प्रश्न दिए गए हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर से संबंधित सही संख्यात्मक मान को माउस और ऑन-स्क्रीन वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड के प्रयोग से चिह्नित स्थान पर दर्ज करें।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को/का दशमलव के दो स्थानों तक संक्षिप्त/सन्निकटन करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा :

पूर्ण अंक	: +2	यदि चिह्नित स्थान पर सिर्फ सही संख्यात्मक मान ही दर्ज किया गया है।
शून्य अंक	: 0	अन्य सभी परिस्थितियों में।

प्रश्न सं. 5 व 6 के लिए अनुच्छेद

अनुच्छेद

समुच्चय $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ से तीन संख्याएँ यादृच्छया एक के बाद एक प्रतिस्थापन सहित चयनित की जाती हैं। माना p_1 अधिकतम चयनित संख्या कम से कम 81 होने की प्रायिकता है तथा p_2 न्यूनतम चयनित संख्या अधिक से अधिक 40 होने की प्रायिकता है। तब

5. $\frac{625}{4} p_1$ का मान _____ है।

उत्तर (76.25)

हल p_1 के लिए उन स्थितियों को हटाने की आवश्यकता है जब सभी तीन संख्याएँ 80 से कम या बराबर हैं।

$$\text{इसलिए, } p_1 = 1 - \left(\frac{80}{100} \right)^3 = \frac{61}{125}$$

$$\text{अतः, } \frac{625}{4} p_1 = \frac{625}{4} \times \frac{61}{125} = \frac{305}{4} = 76.25$$

6. $\frac{125}{4} p_2$ का मान _____ है।

उत्तर (24.50)

हल p_2 के लिए, उन स्थितियों को हटाने की आवश्यकता है जब सभी तीन संख्याएँ 40 से बड़ी हैं।

$$\text{अतः, } p_2 = 1 - \left(\frac{60}{100} \right)^3 = \frac{98}{125}$$

$$\text{इसलिए, } \frac{125}{4} p_2 = \frac{125}{4} \times \frac{98}{125} = 24.50$$

प्रश्न सं. 7 व 8 के लिए अनुच्छेद

अनुच्छेद

माना α, β व γ वास्तविक संख्याएँ हैं जबकि रेखिक समीकरण निकाय

$$x + 2y + 3z = \alpha$$

$$4x + 5y + 6z = \beta$$

$$7x + 8y + 9z = \gamma - 1$$

सुसंगत है। माना $|M|$ निम्न आवृह के सारणिक को निरूपित करता है

$$M = \begin{bmatrix} \alpha & 2 & \gamma \\ \beta & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

माना P उन सभी (α, β, γ) का तल है जिनके लिए उपरोक्त रेखिक समीकरण निकाय सुसंगत है तथा D समतल P से बिंदु $(0, 1, 0)$ की दूरी का वर्ग है।

7. $|M|$ का मान _____ है।

उत्तर (1)

8. D का मान _____ है।

उत्तर (1.50)

हल प्र. सं. 7 व 8 के लिए हल

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

दिया गया समीकरण निकाय सुसंगत होगा यदि $\alpha = \beta = \gamma - 1 = 0$ भी हो, अर्थात् समीकरणों समघातीय निकाय निर्मित करेंगी।

इसलिए, $\alpha = 0, \beta = 0, \gamma = 1$

$$M = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -1(-1) = +1$$

चूंकि दी गयी समीकरणों सुसंगत हैं

$$x + 2y + 3z - \alpha = 0 \quad \dots P_1$$

$$4x + 5y + 6z - \beta = 0 \quad \dots P_2$$

$$7x + 8y + 9z - (\gamma - 1) = 0 \quad \dots P_3$$

किसी अदिश λ व μ के लिए

$$\mu P_1 + \lambda P_2 = P_3$$

$$\mu(x + 2y + 3z - \alpha) + \lambda(4x + 5y + 6z - \beta) = 7x + 8y + 9z - (\gamma - 1)$$

गुणांकों की तुलना करने पर,

$$\mu + 4\lambda = 7, 2\mu + 5\lambda = 8, 3\mu + 6\lambda = 9$$

$\lambda = 2$ तथा $\mu = -1$ इन सभी प्रतिबंधों को संतुष्ट करते हैं

अचर पदों की तुलना करने पर,

$$-\alpha\mu - \beta\lambda = -(\gamma - 1)$$

$$\alpha - 2\beta + \gamma = 1$$

इसलिए समतल का समीकरण है

$$x - 2y + z = 1$$

$$(0, 1, 0) \text{ से दूरी} = \sqrt{\frac{-2 - 1}{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}}$$

$$D = \left(\frac{3}{\sqrt{6}} \right)^2 = \frac{3}{2} = 1.50$$

प्रश्न सं. 9 व 10 के लिए अनुच्छेद

अनुच्छेद

माना रेखाएँ L_1 व L_2

$$L_1 : x\sqrt{2} + y - 1 = 0 \text{ व } L_2 : x\sqrt{2} - y + 1 = 0 \text{ द्वारा परिभाषित हैं।}$$

एक निश्चित अचर λ के लिए, माना C एक बिंदु P का बिंदुपथ है जबकि P की L_1 से दूरी तथा P की L_2 से दूरी का गुणनफल λ^2 है। रेखा $y = 2x + 1$, C से दो बिंदुओं R व S पर मिलती है, जहाँ R व S के मध्य दूरी $\sqrt{270}$ है।

माना RS का लम्ब समद्विभाजक C से दो भिन्न बिंदुओं R' व S' पर मिलता है। माना R' व S' के मध्य दूरी का वर्ग D है।

9. λ^2 का मान _____ है।

उत्तर (9)

10. D का मान _____ है।

उत्तर (77.14)

हल प्र. सं. 9 व 10 के लिए हल

$$C : \left| \frac{x\sqrt{2} + y - 1}{\sqrt{3}} \right| \left| \frac{x\sqrt{2} - y + 1}{\sqrt{3}} \right| = \lambda^2$$

$$\Rightarrow C : |2x^2 - (y - 1)^2| = 3\lambda^2$$

$C, y - 1 = 2x$ को $R(x_1, y_1)$ व $S(x_2, y_2)$ पर काटता है

$$\text{अतः, } |2x^2 - 4x^2| = 3\lambda^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} |\lambda|$$

$$\text{इसलिए, } |x_1 - x_2| = \sqrt{6} |\lambda| \text{ तथा } |y_1 - y_2| = 2|x_1 - x_2| = 2\sqrt{6} |\lambda|$$

$$RS^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \Rightarrow 270 = 30\lambda^2 \Rightarrow \lambda^2 = 9$$

$$RS \text{ की प्रवणता } = 2 \text{ तथा } RS \text{ का मध्य बिंदु } \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \equiv (0, 1) \text{ है}$$

$$\text{अतः, } R'S' \equiv y - 1 = -\frac{1}{2}x$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}x \text{ को 'C' के साथ हल करने पर } x^2 = \frac{12}{7}\lambda^2$$

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = 2\sqrt{\frac{12}{7}} |\lambda| \text{ तथा } |y_1 - y_2| = \frac{1}{2} |x_1 - x_2| = \sqrt{\frac{12}{7}} |\lambda|$$

$$\text{अतः, } D = (R'S')^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = \frac{12}{7} \cdot 9 \times 5 \approx 77.14$$

खंड - 3

- इस खंड में छः (06) प्रश्न हैं।
 - प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) व (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है(हैं)।
 - प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए।
 - प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक	:	+4	यदि केवल (सभी) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है;
आंशिक अंक	:	+3	यदि चारों विकल्प सही हैं परंतु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है;
आंशिक अंक	:	+2	यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं;
आंशिक अंक	:	+1	यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल एक विकल्प को चुना गया है और यह एक सही विकल्प है;
शून्य अंक	:	0	यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुचित है);
ऋण अंक	:	-2	अन्य सभी परिस्थितियों में।
- उदाहरण के लिए, एक प्रश्न में यदि (A), (B) तथा (D) सही उत्तरों से संबंधित केवल तीन विकल्प हैं, तो केवल (A), (B) तथा (D) के चुने जाने पर +4 अंक प्राप्त होंगे;
 केवल (A) तथा (B) के चुने जाने पर +2 अंक प्राप्त होंगे;
 केवल (A) तथा (D) के चुने जाने पर +2 अंक प्राप्त होंगे;
 केवल (B) तथा (D) के चुने जाने पर +2 अंक प्राप्त होंगे;
 केवल (A) के चुने जाने पर +1 अंक प्राप्त होगा;
 केवल (B) के चुने जाने पर +1 अंक प्राप्त होगा;
 केवल (D) के चुने जाने पर +1 अंक प्राप्त होगा;
 किसी भी विकल्प (विकल्पों) का चयन न किए जाने पर (अर्थात् अनुचित प्रश्न) 0 अंक प्राप्त होगा तथा
 किसी भी अन्य विकल्पों के चुने जाने पर -2 अंक प्राप्त होंगे।

11. किसी 3×3 आव्यूह M के लिए, माना $|M|, M$ के सारणिक को निरूपित करता है। माना

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 8 & 13 & 18 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ तथा } F = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 8 & 18 & 13 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

यदि Q कोटि 3×3 का एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तब निम्न में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं?

(A) $F = PEP$ तथा $P^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $|EQ + PFQ^{-1}| = |EQ| + |PFQ^{-1}|$

(C) $|(EF)^3| > |EF|^2$

(D) $P^{-1}EP + F$ के विकर्ण अवयवों का योगफल $E + P^{-1}FP$ के विकर्ण अवयवों के योगफल के बराबर है

उत्तर (A, B, D)

हल $\because P$ को I से द्वितीय व तृतीय पंक्ति के पदों के विनिमय द्वारा या द्वितीय व तृतीय स्तम्भ के पदों के विनिमय द्वारा निर्मित किया जाता है।

इसलिए, PA, A के द्वितीय व तृतीय पंक्ति के परिवर्तन द्वारा निर्मित आव्यूह है।

इसी प्रकार से, AP, A के द्वितीय व तृतीय स्तम्भ के परिवर्तन द्वारा निर्मित आव्यूह है।

$$\text{अतः, } \text{Tr}(PAP) = \text{Tr}(A) \quad \dots(1)$$

$$(A) \text{ स्पष्टतः, } P \cdot P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\text{तथा } PE = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 13 & 18 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow PEP = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 8 & 18 & 13 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} = F$$

$$\Rightarrow PEP = F \Rightarrow PFP = E \quad \dots(2)$$

$$(B) \because |E| = |F| = 0$$

$$\text{इसलिए, } |EQ + PFQ^{-1}| = |PFPQ + PFQ^{-1}| = |P| |F| |PQ + Q^{-1}| = 0$$

$$\text{तथा, } |EQ| + |PFQ^{-1}| = 0$$

$$(C) (2) से; PFP = E \text{ तथा } |P| = -1$$

$$\text{इसलिए, } |F| = |E|$$

$$\text{तथा, } |E| = 0 = |F|$$

$$\text{इसलिए, } |EF|^3 = 0 = |EF|^2$$

$$(D) \because P^2 = I \Rightarrow P^{-1} = P$$

$$\text{अतः, } \text{Tr}(P^{-1}EP + F) = \text{Tr}(PEP + F) = \text{Tr}(2F)$$

$$\text{तथा } \text{Tr}(E + P^{-1}FP) = \text{Tr}(E + PFP) = \text{Tr}(2E)$$

$$\text{दिया है कि } \text{Tr}(E) = \text{Tr}(F)$$

$$\Rightarrow \text{Tr}(2E) = \text{Tr}(2F)$$

12. माना $f : R \rightarrow R$ निम्न प्रकार परिभाषित है :

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - 6}{x^2 + 2x + 4}$$

तब निम्न में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं?

(A) f , अन्तराल $(-2, -1)$ में हासमान है

(B) f , अन्तराल $(1, 2)$ में वर्धमान है

(C) f आच्छादक है

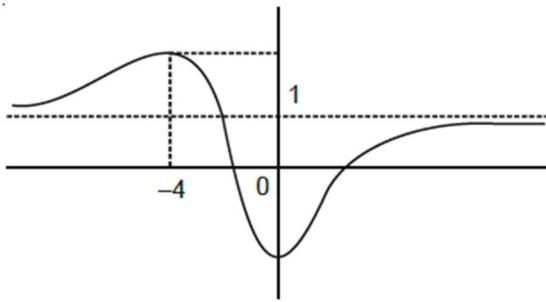
(D) f का परिसर $\left[-\frac{3}{2}, 2\right]$ है

उत्तर (A, B)

$$\text{हल } f(x) = \frac{x^2 - 3x - 6}{x^2 + 2x + 4}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{5x(x+4)}{(x^2 + 2x + 4)^2}$$

$\Rightarrow f(x)$ का स्थानीय उच्चिष्ठ $x = -4$ पर तथा स्थानीय निम्निष्ठ $x = 0$ पर है



$f(x)$ का परिसर $\left[-\frac{3}{2}, \frac{11}{6}\right]$ है

13. माना E, F व G तीन घटनाएँ हैं जिनकी प्रायिकताएँ

$$P(E) = \frac{1}{8}, P(F) = \frac{1}{6} \text{ तथा } P(G) = \frac{1}{4} \text{ हैं तथा } P(E \cap F \cap G) = \frac{1}{10}$$

किसी घटना H के लिए, यदि H^c इसके पूरक को निरूपित करता है, तब निम्न में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं?

(A) $P(E \cap F \cap G^c) \leq \frac{1}{40}$

(B) $P(E^c \cap F \cap G) \leq \frac{1}{15}$

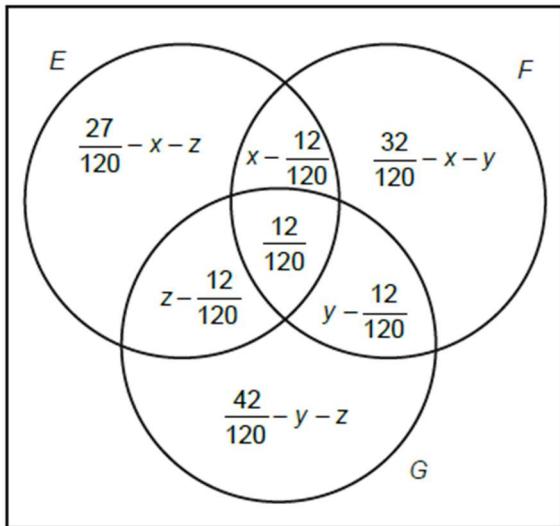
(C) $P(E \cup F \cup G) \leq \frac{13}{24}$

(D) $P(E^c \cap F^c \cap G^c) \leq \frac{5}{12}$

उत्तर (A, B, C)

हल माना $P(E \cap F) = x, P(F \cap G) = y$ तथा $P(E \cap G) = z$

स्पष्टतः $x, y, z \geq \frac{1}{10}$



$$\because x + z \leq \frac{27}{120} \Rightarrow x, z \leq \frac{15}{120}$$

$$x + y \leq \frac{32}{120} \Rightarrow x, y \leq \frac{20}{120}$$

$$\text{तथा } y + z \leq \frac{42}{120} \Rightarrow y, z \leq \frac{30}{120}$$

$$\text{अब } P(E \cap F \cap G^c) = x - \frac{12}{120} \leq \frac{3}{120} = \frac{1}{40}$$

$$P(E^c \cap F \cap G) = y - \frac{12}{120} \leq \frac{80}{120} = \frac{1}{15}$$

$$P(E \cup F \cup G) \leq P(E) + P(F) + P(G) = \frac{13}{24}$$

$$\text{तथा } P(E^c \cap F^c \cap G^c) = 1 - P(E \cup F \cup G) \geq \frac{11}{24} \geq \frac{5}{12}$$

14. किसी 3×3 आव्यूह M के लिए माना $|M|, M$ के सारणिक को निरूपित करता है। माना $I, 3 \times 3$ तत्समक आव्यूह है। माना E व F दो 3×3 आव्यूह हैं जबकि $(I - EF)$ प्रतिलोमीय है। यदि $G = (I - EF)^{-1}$, तब निम्न में से कौनसा / कौनसे कथन सही हैं?

(A) $|FE| = |I - FE| |FGE|$

(B) $(I - FE)(I + FGE) = I$

(C) $EFG = GEF$

(D) $(I - FE)(I - FGE) = I$

उत्तर (A, B, C)

हल $\because I - EF = G^{-1}$

$\Rightarrow G - GEF = I$

...(1)

तथा $G - EFG = I$

...(2)

स्पष्टतः $GEF = EFG$ (विकल्प C सही है)

$$\begin{aligned} \text{तथा } (I - FE)(I + FGE) &= I - FE + FGE - FE + FGE \\ &= I - FE + FGE - F(G - I)E \\ &= I - FE + FGE - FGE + FE \\ &= I \text{ (विकल्प B सही है तथा विकल्प D गलत है)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अब, } (I - FE)(I - FGE) &= I - FE - FGE + F(G - I)E \\ &= I - 2FE \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (I - FE)(-FGE) = -FE$$

$$\Rightarrow |I - FE| |FGE| = |FE|$$

15. किसी धनात्मक पूर्णांक n के लिए, माना $S_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$$S_n(x) = \sum_{k=1}^n \cot^{-1} \left(\frac{1+k(k+1)x^2}{x} \right) \text{ द्वारा परिभाषित है}$$

जहाँ किसी $x \in R$ के लिए $\cot^{-1}(x) \in (0, \pi)$ तथा $\tan^{-1}(x) \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. तब निम्न में से कौनसा / कौनसे कथन सही हैं?

(A) सभी $x > 0$ के लिए, $S_{10}(x) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{1+11x^2}{10x} \right)$ (B) सभी $x > 0$ के लिए $\lim_{n \rightarrow \infty} \cot(S_n(x)) = x$

(C) समीकरण $S_3(x) = \frac{\pi}{4}$ का एक मूल $(0, \infty)$ में है (D) $\tan(S_n(x)) \leq \frac{1}{2}$, सभी $n \geq 1$ तथा $x > 0$ के लिए

उत्तर (A, B)

$$\text{हल } S_n(x) = \sum_{k=1}^n \tan^{-1} \left(\frac{(k+1)x - kx}{1 + kx \cdot (k+1)x} \right)$$

$$= \sum_{k=1}^n (\tan^{-1}(k+1)x - \tan^{-1} kx)$$

$$= \tan^{-1}(n+1)x - \tan^{-1} x = \tan^{-1} \left(\frac{nx}{1 + (n+1)x^2} \right)$$

अब,

$$(A) \quad S_{10}(x) = \tan^{-1} \left(\frac{10x}{1+11x^2} \right) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{1+11x^2}{10x} \right)$$

$$(B) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \cot(S_n(x)) = \cot \left(\tan^{-1} \left(\frac{x}{x^2} \right) \right) = x$$

$$(C) \quad S_3(x) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{3x}{1+4x^2} = 1 \Rightarrow 4x^2 - 3x + 1 = 0 \text{ का कोई वास्तविक मूल नहीं है।}$$

$$(D) \quad x = 1 \text{ के लिए, } \tan(S_n(x)) = \frac{n}{n+2} \text{ जो } n \geq 3 \text{ के लिए } \frac{1}{2} \text{ से अधिक है, इसलिए यह विकल्प गलत है।}$$

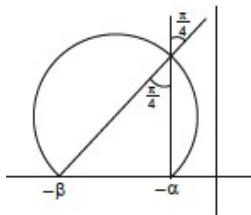
16. किसी सम्मिश्र संख्या $w = c + id$ के लिए माना $\arg(w) \in (-\pi, \pi]$, जहाँ $i = \sqrt{-1}$. माना α व β वास्तविक संख्याएँ हैं जबकि सभी सम्मिश्र संख्याओं $z = x + iy$ के लिए $\arg\left(\frac{z+\alpha}{z+\beta}\right) = \frac{\pi}{4}$ को संतुष्ट करती हैं, क्रमित युग्म (x, y) वृत्त $x^2 + y^2 + 5x - 3y + 4 = 0$ पर स्थित है।
- तब निम्न में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं?

- (A) $\alpha = -1$
- (B) $\alpha\beta = 4$
- (C) $\alpha\beta = -4$
- (D) $\beta = 4$

उत्तर (B, D)

हल वृत्त $x^2 + y^2 + 5x - 3y + 4 = 0$ वास्तविक अक्ष (x-अक्ष) को $(-4, 0), (-1, 0)$ पर काटता है

स्पष्टतः $\alpha = 1$ तथा $\beta = 4$



खंड - 4

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक अ-ऋणात्मक पूर्णांक है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर से संबंधित सही पूर्णांक को माउस और ऑन-स्क्रीन वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड के प्रयोग से चिह्नित स्थान पर उत्तर दर्ज कीजिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि केवल सही संख्यात्मक मान ही दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में

17. $x \in \mathbb{R}$ के लिए, समीकरण

$$3x^2 - 4|x^2 - 1| + x - 1 = 0 \text{ के वास्तविक मूलों की संख्या}$$

_____ है।

उत्तर (4)

हल $3x^2 - 4|x^2 - 1| + x - 1 = 0$

माना $x \in [-1, 1]$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4(-x^2 + 1) + x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 4x^2 - 4 + x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 7x^2 + x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+140}}{2}$$

दोनों मान स्वीकार्य हैं

माना $x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

$$x^2 - 4(x^2 - 1) + x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2}$$

पुनः दोनों मान स्वीकार्य हैं

अतः हलों की कुल संख्या = 4

18. एक त्रिभुज ABC में माना $AB = \sqrt{23}$, $BC = 3$ तथा $CA = 4$ तब

$$\frac{\cot A + \cot C}{\cot B} \text{ का मान}$$

_____ है।

उत्तर (2)

हल मानक संकेतों के साथ

दिया है: $c = \sqrt{23}$, $a = 3$, $b = 4$

$$\text{अब } \frac{\cot A + \cot C}{\cot B} = \frac{\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\cos C}{\sin C}}{\frac{\cos B}{\sin B}}$$

$$= \frac{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc \cdot \sin A} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab \cdot \sin C}}{\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac \cdot \sin B}}$$

$$= \frac{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{4\Delta} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4\Delta}}{\frac{c^2 + a^2 - b^2}{4\Delta}} = \frac{2b^2}{a^2 + c^2 - b^2} = 2$$

19. माना \vec{u}, \vec{v} व \vec{w} त्रिविम में सदिश हैं जहाँ \vec{u} व \vec{v} इकाई सदिश हैं जो एक दूसरे के लम्बवत् नहीं हैं तथा

$$\vec{u} \cdot \vec{w} = 1, \quad \vec{v} \cdot \vec{w} = 1, \quad \vec{w} \cdot \vec{w} = 4$$

यदि समान्तर षट्फलक जिसकी आसन्न भुजाएँ सदिश \vec{u}, \vec{v} व \vec{w} , द्वारा निरूपित की गयी हैं, का आयतन $\sqrt{2}$ है, तब $|3\vec{u} + 5\vec{v}|$ का मान _____ है।

उत्तर (7)

हल दिया है $\begin{bmatrix} \vec{u} & \vec{v} & \vec{w} \end{bmatrix} = \sqrt{2}$

$$\text{तथा } \begin{bmatrix} \vec{u} & \vec{v} & \vec{w} \end{bmatrix}^2 = \begin{vmatrix} \vec{u} \cdot \vec{u} & \vec{u} \cdot \vec{v} & \vec{u} \cdot \vec{w} \\ \vec{v} \cdot \vec{u} & \vec{v} \cdot \vec{v} & \vec{v} \cdot \vec{w} \\ \vec{w} \cdot \vec{u} & \vec{w} \cdot \vec{v} & \vec{w} \cdot \vec{w} \end{vmatrix} = 2$$

माना $\vec{u} \cdot \vec{v} = k$ तथा शेष मान प्रतिस्थापित करने पर

$$\begin{vmatrix} 1 & K & 1 \\ K & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 2$$

$$\Rightarrow 4K^2 - 2K = 0$$

$$\Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{या} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}$$

(अस्वीकार्य)

$$\therefore \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}$$

$$|3\vec{u} + 5\vec{v}|^2 = 9 + 25 + 30 \times \frac{1}{2} = 49$$

$$\Rightarrow |3\vec{u} + 5\vec{v}| = 7$$