



**Aakash**  
+ BYJU'S

Corporate Office : Aakash Tower, 8, Pusa Road, New Delhi-110005 | Ph.: 011-47623456

Time : 3 hrs.

Max. Marks: 180

# Answers & Solutions

for

## JEE (Advanced)-2022 (Paper-1)

### PART-I : PHYSICS

खण्ड - 1 (अधिकतम अंक : 24)

- इस खंड में आठ (08) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर के सही संख्यात्मक मान को माउस और ऑन-स्क्रीन वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड के प्रयोग से उत्तर दर्ज करने के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज कीजिए। यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को/का दशमलव के दो स्थानों तक संक्षिप्त/सन्निकटन करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : +3 यदि केवल सही संख्यात्मक मान ही दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में

1. दो गोलीय तारों  $A$  तथा  $B$  के घनत्व क्रमशः  $\rho_A$  तथा  $\rho_B$  हैं।  $A$  तथा  $B$  की त्रिज्या समान है तथा इनके द्रव्यमान  $M_A$  तथा  $M_B$ ,  $M_B = 2M_A$  से सम्बन्धित है। अन्योन्य क्रिया प्रक्रिया के कारण, तारे  $A$  के कुछ द्रव्यमान की हानि होती है, ताकि इसकी त्रिज्या आधी हो जाती है, जबकि इसकी गोलाकार आकृति बनी रहती है तथा इसका घनत्व  $\rho_A$  रहता है।  $A$  द्वारा सम्पूर्ण द्रव्यमान हानि  $B$  पर एक मोटे गोलाकार कोश के रूप में जमा हो जाती है जबकि कोश का घनत्व  $\rho_A$  है। यदि  $v_A$  तथा  $v_B$  अन्योन्य क्रिया प्रक्रिया के बाद  $A$  तथा  $B$  से पलायन वेग है, तब अनुपात  $\frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{10n}{15^{1/3}}}$  है।  $n$  का मान \_\_\_\_\_ है।

उत्तर (2.30)

$$\text{हल } v_A = \sqrt{\frac{2GM_A}{8 \times \left(\frac{R}{2}\right)}} = \frac{v_0}{2}$$

$$B \text{ के लिए, } \frac{4}{3}\pi(r^3 - R^3) = \frac{4}{3}\pi R^3 \times \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow r = \left(\frac{15}{8}\right)^{\frac{1}{3}} R$$

$$\therefore v_B = \sqrt{\frac{2G \times \left(2M_A + \frac{7}{8}M_A\right)}{\frac{(15)^{\frac{1}{3}} R}{2}}}$$

$$= v_0 \times \sqrt{\frac{23 \times 2}{8 \times (15)^{\frac{1}{3}}}}$$

$$\therefore \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{23}{(15)^{\frac{1}{3}}}} = \sqrt{\frac{2.30 \times 10}{(15)^{\frac{1}{3}}}}$$

$$\therefore n = 2.30$$

2. एक प्रयोगशाला तंत्र में एक अल्फा कण द्वारा नाभिकीय अभिक्रिया  ${}^{16}\text{N} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^1\text{H} + {}^{19}\text{O}$  सम्पन्न करने के लिए आवश्यक न्यूनतम गतिज ऊर्जा  $n$  (MeV में) है। माना कि  ${}^{16}\text{N}$  प्रयोगशाला तंत्र में विराम में है।  ${}^{16}\text{N}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^1\text{H}$  तथा  ${}^{19}\text{O}$  के द्रव्यमान क्रमशः 16.006 u, 4.003 u, 1.008 u तथा 19.003 u के रूप में लिये जा सकते हैं, जहाँ  $1 \text{ u} = 930 \text{ MeVc}^{-2}$  है।  $n$  का मान \_\_\_\_\_ है।

उत्तर (2.33)

$$\text{हल } Q = (m_{\text{N}} + m_{\text{He}} - m_{\text{H}} - m_{\text{O}}) \times c^2$$

$$= (16.006 + 4.003 - 1.008 - 19.003) \times 930 \text{ MeV}$$

$$= -1.86 \text{ MeV}$$

$$= 1.86 \text{ MeV} \text{ अवशोषित ऊर्जा}$$

$$\text{तथा, } \frac{1}{2} \times \frac{m \times 4m}{5m} \times v^2 = \text{गतिज ऊर्जा में अधिकतम हानि}$$

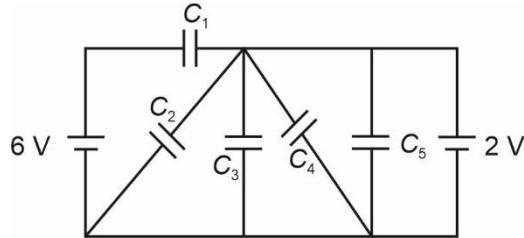
$$\Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = \frac{5}{4} \times Q$$

$$= \frac{5}{4} \times (1.86) \text{ MeV}$$

$$= 2.325 \text{ MeV}$$

$$\therefore n = 2.33$$

3. निम्न परिपथ में  $C_1 = 12 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = C_3 = 4 \mu\text{F}$  तथा  $C_4 = C_5 = 2 \mu\text{F}$  हैं।  $C_3$  में संग्रहित आवेश \_\_\_\_\_  $\mu\text{C}$  है।



उत्तर (8.00)

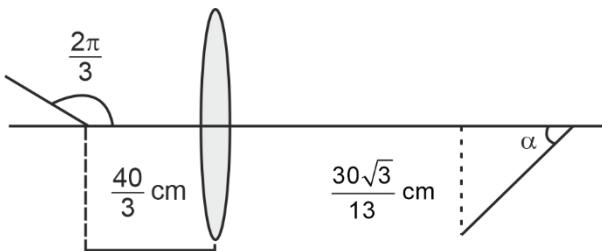
हल दिये गये परिपथ से,

$C_3$  के सिरों पर विभवान्तर 2 V (नियत) है

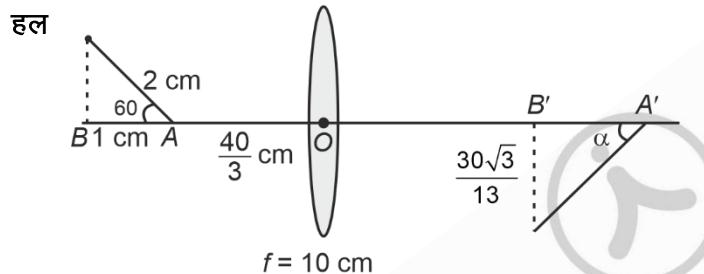
$$\therefore Q_3 = 2 \times 4 \mu\text{C}$$

$$= 8 \mu\text{C}$$

4. 2 cm लम्बाई की एक छड़ एक पतले उत्तल लेंस के मुख्य अक्ष के साथ  $\frac{2\pi}{3}$  रेडियन कोण निर्मित करती है। लेंस की फोकस दूरी 10 cm है तथा इसे चित्र में दर्शाए अनुसार वस्तु से  $\frac{40}{3}$  cm की दूरी पर रखा जाता है। प्रतिबिम्ब की ऊँचाई  $\frac{30\sqrt{3}}{13}$  cm है तथा मुख्य अक्ष के सापेक्ष इसके द्वारा बनाया गया कोण  $\alpha$  रेडियन है।  $\alpha$  का मान  $\frac{\pi}{n}$  रेडियन है, जहाँ  $n$  \_\_\_\_\_ है।



उत्तर (6.00)



$$OA' = \frac{\frac{40}{3} \times 10}{\frac{43}{3} - 10} = 40 \text{ cm}$$

$$OB' = \frac{\frac{43}{3} \times 10}{\frac{43}{3} - 10} = \frac{430}{13} \text{ cm}$$

$$\therefore A'B' = 40 - \frac{430}{13} = \frac{90}{13} \text{ cm}$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{30\sqrt{3}}{13 \times \left(\frac{90}{13}\right)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore n = 6.00$$

5. समय  $t = 0$  पर, 1 m त्रिज्या की एक डिस्क किसी क्षैतिज तल पर बिना फिसले कोणीय त्वरण  $\alpha = \frac{2}{3} \text{ rad s}^{-2}$  से लुढ़कना प्रारम्भ करती है। एक छोटा पत्थर डिस्क से चिपक जाता है।  $t = 0$  पर, यह डिस्क के सम्पर्क बिन्दु तथा तल पर है। इसके पश्चात् समय  $t = \sqrt{\pi}$  s पर, पत्थर स्वयं ही अलग हो जाता है तथा डिस्क से स्पर्शरेखीय रूप से गति करता है। तल से मापित पत्थर द्वारा प्राप्त की गई अधिकतम ऊँचाई (m में)  $\frac{1}{2} + \frac{x}{10}$  है। x का मान \_\_\_\_\_ है। [ $g = 10 \text{ ms}^{-2}$  लीजिए]

उत्तर (00.52)

हल  $t = \sqrt{\pi}$  s में डिस्क द्वारा घूर्णित कोण

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} (\sqrt{\pi})^2$$

$$= \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

तथा डिस्क का कोणीय वेग है

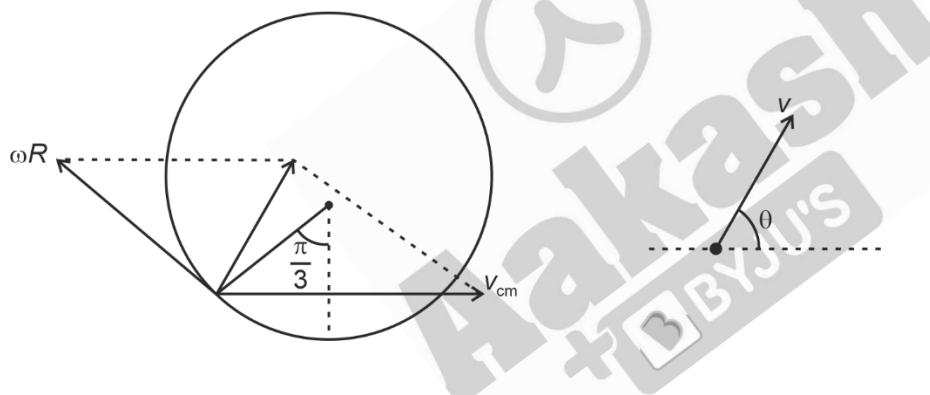
$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$= \frac{2\sqrt{\pi}}{3} \text{ rad/s}$$

$$\text{तथा } V_{cm} = \omega R = \frac{2\sqrt{\pi}}{3} \times 1$$

$$= \frac{2\sqrt{\pi}}{3} \text{ m/s}$$

इसलिए, उस क्षण पर जब यह अलग होता है, स्थिति है



$$v = \sqrt{(\omega R)^2 + v_{cm}^2 + 2(\omega R)v_{cm} \cos 120^\circ}$$

$$= V_{cm} = \frac{2\sqrt{\pi}}{3} \text{ m/s}$$

$$\text{तथा } \tan \theta = \frac{\omega R \sin 120^\circ}{V_{cm} + \omega R \cos 120^\circ}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\text{इसलिए, } H_{max} = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$= \frac{\left(\frac{2\sqrt{\pi}}{3}\right)^2 \times \sin^2 60^\circ}{2 \times 10}$$

$$= \frac{4\pi \times 3}{9 \times 2 \times 10 \times 4}$$

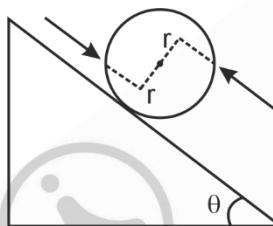
$$= \frac{\pi}{60} \text{ m}$$

इसलिए, धरातल से ऊँचाई होगी

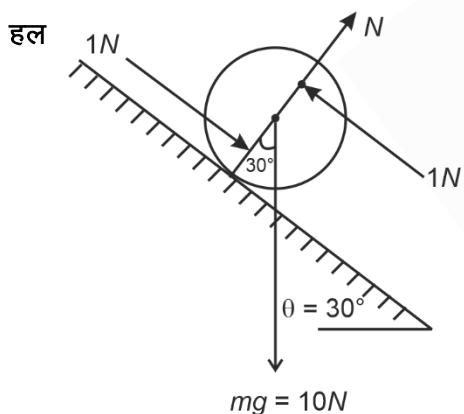
$$R(1 - \cos 60^\circ) + \frac{\pi}{60} = \frac{1}{2} + \frac{x}{10}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6} = 0.52$$

6. द्रव्यमान  $1 \text{ kg}$  तथा त्रिज्या  $1 \text{ m}$  का एक ठोस गोला क्षेत्रिज से आनति कोण  $\theta = 30^\circ$  के साथ एक स्थिर आनत तल पर बिना फिसले लुढ़कता है। आनत के समान्तर समान परिमाण  $1 \text{ N}$  के दो बल चित्र में दर्शाए अनुसार गोले पर कार्य करते हैं, यह दोनों गोले के केन्द्र से दूरी  $r = 0.5 \text{ m}$  पर है। तल पर नीचे की ओर गोले का त्वरण \_\_\_\_\_  $\text{ms}^{-2}$  है। ( $g = 10 \text{ ms}^{-2}$  लीजिए)



उत्तर (02.86)



सम्पर्क बिन्दु के सापेक्ष बल आघूर्ण लेने पर

$$\vec{\tau} = mgR \sin 30^\circ + 1 \times 1^\circ$$

$\otimes$  को धनात्मक लेने पर

$$5 - 1 = \frac{7}{5} mR^2 \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{20}{7} \text{ rad/s}^2$$

$$\text{इसलिए, } a_{cm} = \alpha R = \frac{20}{7} \text{ m/s}^2$$

$$a_{cm} = 2.86 \text{ m/s}^2$$

7. एक तल पर रखे प्रेरकत्व  $L = 0.1 \text{ H}$  तथा धारिता  $C = 10^{-3} \text{ F}$  वाले एक LC परिपथ पर विचार कीजिए। परिपथ का क्षेत्रफल  $1 \text{ m}^2$  है। इसे  $B_0$  सामर्थ्य के एक नियत चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है, जो परिपथ के तल के लम्बवत् है। समय  $t = 0$  पर, चुम्बकीय क्षेत्र सामर्थ्य  $B = B_0 + \beta t$  के अनुसार रेखीय रूप से बढ़ना प्रारम्भ करता है तथा  $\beta = 0.04 \text{ T s}^{-1}$  है। परिपथ में धारा का अधिकतम परिमाण \_\_\_\_\_ mA है।

उत्तर (04.00)

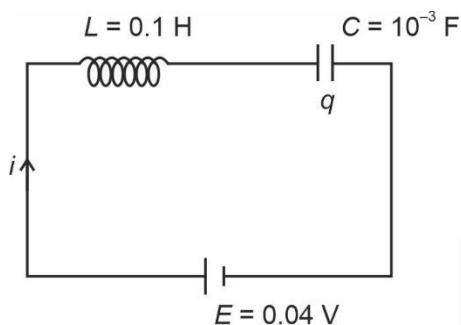
हल परिपथ में प्रेरित वि.वा.ब. है

$$|E| = \left| \frac{d\phi}{dt} \right| = \frac{d}{dt} ((B_0 + \beta t) A)$$

$$= \beta \times A$$

$$= 0.04 \text{ V}$$

इसलिए परिपथ को निम्नानुसार पुनः व्यवस्थित किया जा सकता है



किरचॉफ के नियम का उपयोग करने पर हम लिख सकते हैं

$$E = L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$L \frac{di}{dt} = E - \frac{q}{C}$$

$$\text{या } \frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}(q - CE)$$

सरल आवर्त गति सिद्धान्त का उपयोग करने पर हम लिख सकते हैं

$$q = CE + A \sin(\omega t + \phi) \quad \left( \text{जहाँ } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \right)$$

$$t = 0 \text{ पर, } q = 0 \text{ तथा } i = 0$$

$$\text{इसलिए } A = CE \text{ तथा } \phi = -\frac{\pi}{2}$$

$$q = CE - CE \cos \omega t$$

$$\text{इसलिए } i = \frac{dq}{dt} = CE\omega \sin \omega t$$

$$\text{इसलिए } i_{\max} = \frac{10^{-3} \times 0.04}{\sqrt{0.1 \times 10^{-3}}}$$

$$= 4 \text{ mA}$$

8. एक प्रक्षेप्य को क्षैतिज धरातल से  $v$  चाल तथा प्रक्षेपण कोण  $\theta$  से दागा जाता है। जब गुरुत्वीय त्वरण  $g$  है, तब प्रक्षेप्य की परास  $d$  है। यदि इसके प्रक्षेप पथ में उच्चतम बिन्दु पर, प्रक्षेप्य भिन्न-भिन्न क्षेत्रों में प्रवेश करता है, जहाँ प्रभावी गुरुत्वीय त्वरण  $g' = \frac{g}{0.81}$  है, तब नवीन परास  $d' = nd$  है।  $n$  का मान \_\_\_\_\_ है।

उत्तर (00.95)

$$\text{हल } d = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

इसलिए, नवीन क्षेत्र में प्रवेश करने के बाद, प्रक्षेप्य द्वारा धरातल तक पहुँचने में लिया गया समय

$$\begin{aligned} t &= \sqrt{\frac{2H}{g'}} \\ &= \sqrt{\frac{2u^2 \sin^2 \theta \times 0.81}{2g \times g}} \\ &= \frac{0.94 \sin \theta}{g} \end{aligned}$$

इसलिए, नवीन क्षेत्र में प्रक्षेप्य द्वारा किया गया क्षैतिज विस्थापन है

$$\begin{aligned} x &= \frac{0.9u \sin \theta}{g} \times u \cos \theta \\ &= 0.9 \frac{u^2 \sin 2\theta}{2g} \end{aligned}$$

$$\text{इसलिए, } d' = \frac{d}{2} + x$$

$$= 0.95d$$

$$\text{इसलिए, } n = 0.95$$

### खण्ड – 2 (अधिकतम अंक : 24)

- इस खंड में छ: (06) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) व (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, (सभी) सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

|           |       |   |
|-----------|-------|---|
| पूर्ण अंक | : +4  | यदि केवल (सभी) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है / हैं;  |
| आंशिक अंक | : +3  | यदि चारों विकल्प सही हैं परंतु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है;  |
| आंशिक अंक | : + 2 | यदि तीन या अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं; |
| आंशिक अंक | : +1  | यदि दो या अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल एक विकल्प को चुना गया है और यह एक सही विकल्प है;                     |
| शून्य अंक | : 0   | यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है);   |
| ऋण अंक    | : -2  | अन्य सभी परिस्थितियों में।  |

9. एक समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य अंतराल को परावैद्युतांक  $K > 1$  वाले एक माध्यम से भरा जाता है। प्लेटों का क्षेत्रफल अत्यधिक है तथा इनके मध्य की दूरी  $d$  है। संधारित्र को चित्र (a) में दर्शाए अनुसार वोल्टता  $V$  की एक बैटरी से संयोजित किया जाता है। अब दोनों प्लेटों को चित्र (b) में दर्शाए अनुसार इनकी मूल स्थितियों से  $\frac{d}{2}$  दूरी तक गति करायी जाती है।

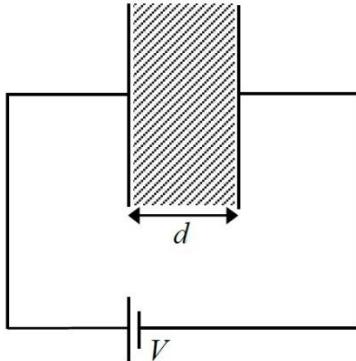


Figure (a)

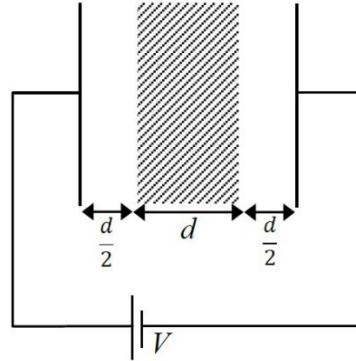


Figure (b)

चित्र (a) में तथा चित्र (b) में प्रदर्शित अभिविन्यास से गुजरने वाली प्रक्रिया में, निम्नलिखित में कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं?

- (A) परावैद्युत पदार्थ के अन्दर विद्युत क्षेत्र  $2K$  के गुणक से घटता है।  
 (B) धारिता  $\frac{1}{K+1}$  के गुणक से घटती है।  
 (C) संधारित्र की प्लेटों के मध्य वोल्टता  $(K+1)$  के गुणक से बढ़ती है।  
 (D) प्रक्रिया में किया गया कार्य परावैद्युत माध्यम की उपरिथिति पर निर्भर नहीं करता है

उत्तर (B)

हल

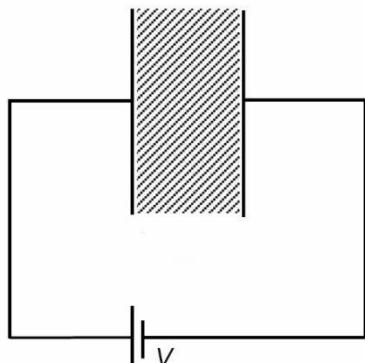


Figure (a)

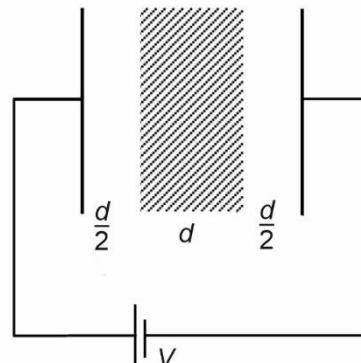


Figure (b)

$$C_a = \frac{K\epsilon_0 A}{d}$$

$$C_b = \frac{\epsilon_0 A}{d + \left(\frac{d}{K}\right)}$$

$$q_a = \frac{K\epsilon_0 A}{d} V$$

$$= \frac{\epsilon_0 A K V}{d(K+1)}$$

$$E_a = \frac{q_a}{KA\epsilon_0} = \frac{K\epsilon_0 A V}{d K \epsilon_0 A}$$

$$q_b = \frac{\epsilon_0 A K V}{d(K+1)}$$

$$= \frac{V}{d}$$

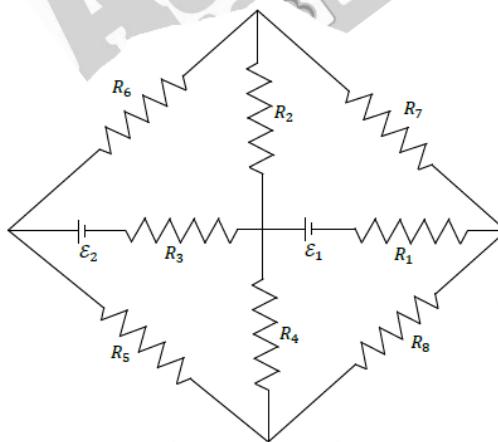
$$\begin{aligned}
 (E_b)_{\text{परावैद्युत}} &= \frac{E_{\text{वायु}}}{K} \\
 &= \frac{q_b}{KA\varepsilon_0} \\
 &= \frac{\varepsilon_0 AKV}{d(K+1)(KA\varepsilon_0)} \\
 &= \frac{V}{d(K+1)}
 \end{aligned}$$

धारिता  $\frac{1}{K+1}$  के गुणक से घटती है

प्रक्रम में किया गया कार्य =  $U_f - U_i$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2}(C_f - C_i)V^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_0 AK}{d(K+1)} - \frac{K\varepsilon_0 A}{d} \right) V^2 \\
 &= \frac{1}{2} V^2 \frac{\varepsilon_0 AK}{d} \left( \frac{1}{K+1} - 1 \right) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 AKV^2}{d} \frac{1-K-1}{K+1} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 AV^2}{d} \left( \frac{-K^2}{K+1} \right)
 \end{aligned}$$

10. चित्र में  $R_1$  से  $R_8$  वाले  $1\Omega$  के आठ प्रतिरोधों तथा वोल्टता  $\varepsilon_1 = 12\text{ V}$  तथा  $\varepsilon_2 = 6\text{ V}$  वाली दो आदर्श बैटरियों का एक परिपथ दर्शाया गया है।

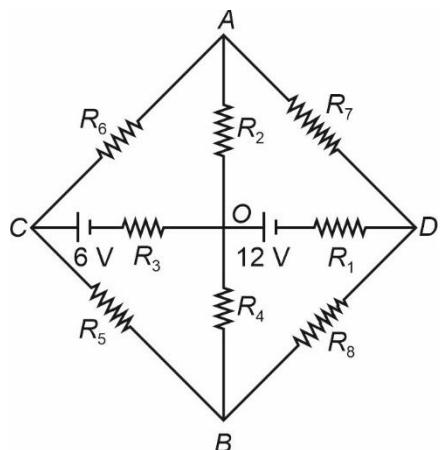


निम्नलिखित में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं?

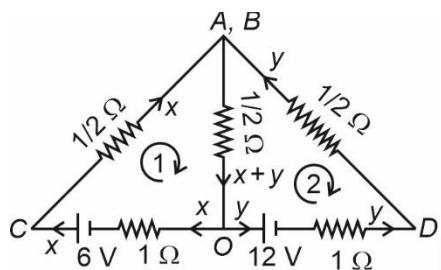
- (A)  $R_1$  से प्रवाहित धारा का परिमाण  $7.2\text{ A}$  है।
- (B)  $R_2$  से प्रवाहित धारा का परिमाण  $1.2\text{ A}$  है।
- (C)  $R_3$  से प्रवाहित धारा का परिमाण  $4.8\text{ A}$  है।
- (D)  $R_5$  से प्रवाहित धारा का परिमाण  $2.4\text{ A}$  है।

उत्तर (A, B, C, D)

हल



बिन्दु A तथा B समान विभव पर है इसलिए ये सम्पीलित / संयुक्त हो सकते हैं।



लूप 1 के लिए

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}(x+y) - x + 6 = 0$$

$$-2x - \frac{y}{2} = -6$$

$$-4x - y = -12$$

$$4x + y = 12 \quad \dots(1)$$

लूप 2 के लिए

$$\frac{1}{2}y + 1y + 12 + \frac{1}{2}(x+y) = 0$$

$$\frac{3}{2}y + \frac{y}{2} + \frac{x}{2} = -12$$

$$2y + \frac{x}{2} = -12$$

$$4y + x = -24 \quad \dots(2)$$

$$4y + x - 16x - 4y$$

$$= -24 - 48$$

$$-15x = -72$$

$$x = \frac{72}{15}$$

$$4\left(\frac{72}{15}\right) + y = 12$$

$$\begin{aligned}
 y &= 12 - \frac{288}{15} \\
 &= \frac{180 - 288}{15} \\
 &= \frac{-108}{15} = -7.2 \text{ A}
 \end{aligned}$$

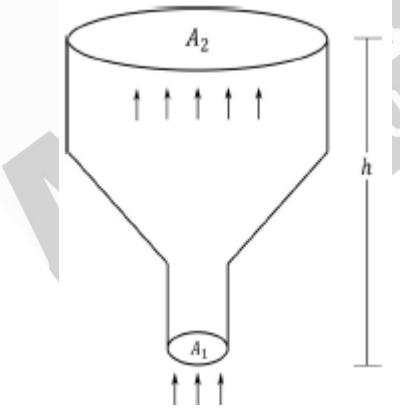
$R_1$  में धारा = 7.2 A

$$\begin{aligned}
 R_2 \text{ में धारा} &= \frac{x+y}{2} = \left( \frac{72}{15} - \frac{108}{15} \right) \frac{1}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \left( \frac{36}{15} \right) = \frac{2.4}{2} \text{ A} \\
 &= 1.2 \text{ A}
 \end{aligned}$$

$R_3$  में धारा =  $x = 4.8$  A

$$R_5 \text{ में धारा} = \frac{1}{2}x = 2.4 \text{ A}$$

11. घनत्व  $\rho = 0.2 \text{ kg m}^{-3}$  की एक आदर्श गैस  $h$  ऊँचाई की एक चिमनी में इसके निचले सिरे से  $\alpha = 0.8 \text{ kg s}^{-1}$  की दर से प्रवेश करती है तथा चित्र में दर्शाए अनुसार ऊपरी सिरे से बाहर निकलती है। निचले सिरे का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल  $A_1 = 0.1 \text{ m}^2$  है तथा ऊपरी सिरे का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल  $A_2 = 0.4 \text{ m}^2$  है। निचले सिरे पर गैस के दाब तथा ताप क्रमशः 600 Pa तथा 300 K है, जबकि ऊपरी सिरे पर इसका ताप 150 K है। चिमनी इस प्रकार विद्युतरोधी रूप से गर्म होती है कि गैस रुद्धोष प्रसार से गुजरे।  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$  लीजिए तथा गैस की विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात  $\gamma = 2$  है। वायुमण्डलीय दाब को नगण्य मानिये



निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं?

- (A) चिमनी के ऊपरी सिरे पर गैस का दाब 300 Pa है
- (B) चिमनी के निचले सिरे पर गैस का वेग  $40 \text{ ms}^{-1}$  है तथा ऊपरी सिरे पर गैस का वेग  $20 \text{ ms}^{-1}$  है।
- (C) चिमनी की ऊँचाई 590 m है।
- (D) ऊपरी सिरे पर गैस का घनत्व  $0.05 \text{ kg m}^{-3}$  है।

उत्तर (B, C)

$$\text{हल } \frac{\rho_1}{\rho_2} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\Rightarrow \rho_2 = (0.2) \left( \frac{150}{300} \right)^{\frac{1}{1}} = 0.1 \text{ kg/m}^3$$

द्रव्यमान प्रवाह की दर =  $0.8 \text{ kg/s}$

$\Rightarrow$  शीर्ष पर आयतन प्रवाह दर =  $8 \text{ m}^3/\text{s}$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^\gamma \Rightarrow P_2 = 600 \left(\frac{1}{2}\right)^\gamma$$

$$\Rightarrow P_2 = 150 \text{ Pa}$$

$$\text{निचले सिरे पर गैस का वेग} = \frac{V_1}{A_1} = \frac{0.8}{0.2 \times 0.1} = 40 \text{ m/s}$$

$$\text{ऊपरी सिरे पर गैस का वेग} = \frac{0.8 \times 2}{0.2 \times 0.4} = 20 \text{ m/s}$$

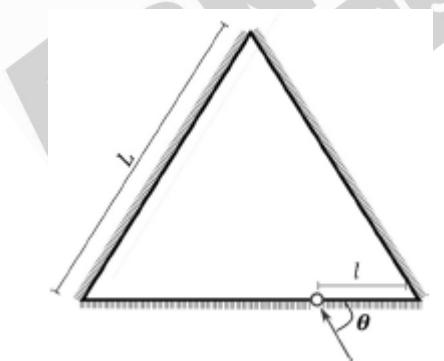
ऊर्जा संरक्षण प्रयुक्त करने पर

$$\frac{1}{2} \rho_1 V_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho_2 V_2^2 + P_2 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(0.2)(1600) + 600 = \frac{1}{2}(0.1)(400) + 150 + (0.1)(10)h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 590 \text{ m}$$

12. तीन समतल दर्पण भुजा लम्बाई  $L$  वाला एक समबाहु त्रिभुज निर्मित करते हैं। चित्र में दर्शाए अनुसार किसी एक शीर्ष से दूरी  $l > 0$  पर एक छोटा छिद्र है। प्रकाश की एक किरण  $\theta$  कोण पर छिद्र से गुजारी जाती है तथा यह केवल इसी छिद्र से बाहर आ सकती है। दर्पण अभिविन्यास का अनुप्रस्थ काट तथा प्रकाश की किरण समान तल पर स्थित है।



निम्नलिखित में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं?

(A)  $0 < l < L$  के लिए प्रकाश की किरण  $\theta = 30^\circ$  के लिए बाहर आएगी।

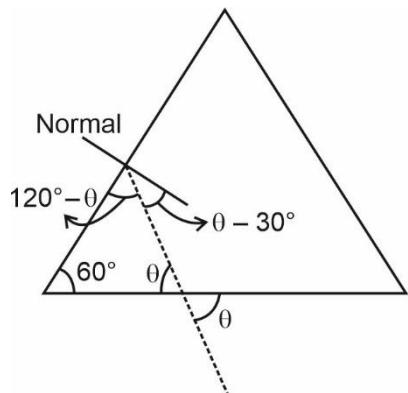
(B)  $l = \frac{L}{2}$  के लिए एक कोण है जिस पर प्रकाश की किरण दो परावर्तनों के बाद बाहर आएगी।

(C) प्रकाश की किरण  $\theta = 60^\circ$  तथा  $l = \frac{L}{3}$  के लिए कभी भी बाहर नहीं आएगी।

(D) प्रकाश की किरण छ: परावर्तनों के बाद  $\theta = 60^\circ$  तथा  $0 < l < \frac{L}{3}$  के लिए बाहर आएगी।

उत्तर (A, B)

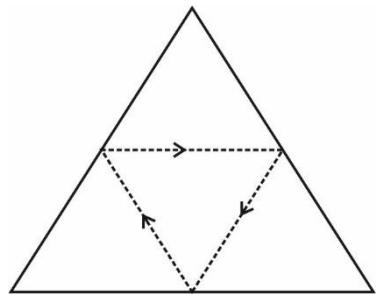
हल



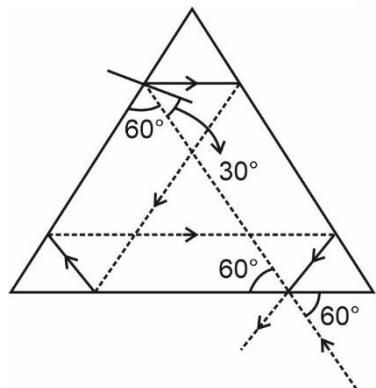
जैसा कि हम देख सकते हैं कि,  $\theta = 30^\circ$  के लिए, किरण लम्बवत रूप से आपतित होगी तथा इसलिए यह अपना पथ अनुरेखित करेगी।

$\Rightarrow$  (A) सही है

स्थिति की सममिति पर विचार करते हुए, हमें प्राप्त हो सकता है:



$\Rightarrow$  (B) सही है



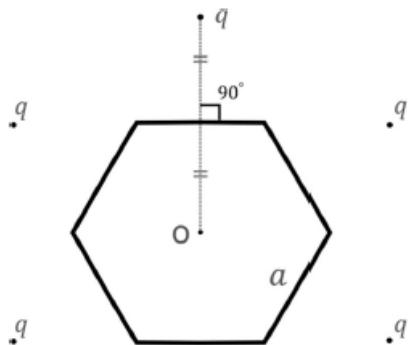
जैसा कि उपरोक्त चित्र से स्पष्ट है कि किरण बाहर निकलती है

$\Rightarrow$  (C) सही नहीं है।

इसी प्रकार, जैसा कि उपरोक्त चित्र से स्पष्ट है कि परावर्तनों की कुल संख्या = 5.

$\Rightarrow$  (D) सही नहीं है।

13. छ: आवेशों को चित्र में दर्शाए अनुसार भुजा लम्बाई  $a$  के एक सम षट्भुज के चारों ओर रखा जाता है। इनमें से पाँच आवेशों पर आवेश  $q$  है तथा शेष एक आवेश पर आवेश  $x$  है। प्रत्येक आवेश से षट्भुज की निकटवर्ती भुजा पर डाला गया लम्ब षट्भुज के केन्द्र O से गुजरता है तथा यह भुजा को एक समद्विभाजित करता है।



$\bullet x$

निम्नलिखित में से कौनसा / कौनसे कथन SI मात्रकों में सही है / हैं?

- (A) जब  $x = q$ , तब O पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण शून्य है।
- (B) जब  $x = -q$ , तब O पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण  $\frac{q}{6\pi \epsilon_0 a^2}$  है।
- (C) जब  $x = 2q$ , तब O पर विभव  $\frac{7q}{4\sqrt{3}\pi \epsilon_0 a}$  है
- (D) जब  $x = -3q$ , तब O पर विभव  $-\frac{3q}{4\sqrt{3}\pi \epsilon_0 a}$  है

उत्तर (A, B, C)

हल जब  $x = q$ , स्थिति सममित है

$\Rightarrow$  O पर विद्युत क्षेत्र शून्य होगा

$\Rightarrow$  (A) सही है

जब  $x = -q$ , हम x पर  $q + (-2q)$  के अनुसार विचार कर सकते हैं  $\Rightarrow$  विद्युत क्षेत्र का परिमाण

$$O = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{(2q)}{\left(2 \times \frac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2} \text{ पर}$$

$$= \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2q}{3a^2} = \frac{q}{6\pi \epsilon_0 a^2}$$

$\Rightarrow$  (B) सही है

$x = 2q$  के लिए, O पर विभव है

$$V_0 = 6 \times \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \times \frac{q}{\sqrt{3}a} + \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{3}a}$$

$$= \frac{7q}{4\sqrt{3}\pi \epsilon_0 a}$$

$\Rightarrow$  (C) सही है

$$x = -3q \text{ के लिए, } V_0 = 2 \times \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \times \frac{q}{\sqrt{3}a} = \frac{q}{2\sqrt{3}\pi \epsilon_0 a}$$

$\Rightarrow$  (D) सही नहीं है।

14. एक नाभिक में न्यूकिलयॉनों की बंधन ऊर्जा युग्मसहित कूलॉम प्रतिकर्षण द्वारा प्रभावित हो सकती है। माना कि सभी न्यूकिलयॉन नाभिक के अन्दर एकसमान रूप से वितरित है। माना नाभिक में प्रोटॉन की बंधन ऊर्जा  $E_b^p$  है तथा न्यूट्रॉन की बंधन ऊर्जा  $E_b^n$  है।

निम्नलिखित में से कौनसा / कौनसे कथन सही है / हैं?

(A)  $E_b^p - E_b^n$ ,  $Z(Z-1)$  के समानुपाती है, जहाँ  $Z$  नाभिक का परमाणु क्रमांक है।

(B)  $E_b^p - E_b^n$ ,  $A^{-\frac{1}{3}}$  के समानुपाती है, जहाँ  $A$  नाभिक की द्रव्यमान संख्या है।

(C)  $E_b^p - E_b^n$  धनात्मक है।

(D)  $E_b^p$  बढ़ेगा यदि नाभिक एक पोजिट्रॉन उत्सर्जित करते हुए एक बीटा क्षय से गुजरता है।

उत्तर (A, B, D)

हल कुल बंधन ऊर्जा (प्रतिकर्षणों पर विचार किए बिना),

$$E_b = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_x] c^2$$

जहाँ,  $\frac{A}{Z} X$  विचारणीय नाभिक है।

अब, प्रतिकर्षण पर विचार करते हुए:

प्रोटॉन युग्मों की संख्या =  ${}^Z C_2$

$$\Rightarrow \text{यह प्रतिकर्षण ऊर्जा } \propto \frac{Z(Z-1)}{2} \times \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{e^2}{R}$$

जहाँ  $R$  नाभिक की त्रिज्या है

$$\Rightarrow E_b^p - E_b^n \propto Z(Z-1) \therefore \text{न्यूट्रॉनों के लिए कोई प्रतिकर्षण पद नहीं है।}$$

इसी प्रकार, चूंकि  $R = R_0 A^{1/3}$

$$\Rightarrow E_b^p - E_b^n \propto A^{-1/3}$$

प्रोटॉनों के मध्य प्रतिकर्षण के कारण,

$$E_b^p < E_b^n$$

चूंकि  $\beta^+$  क्षय में, प्रोटॉनों की संख्या घटती है  $\Rightarrow$  प्रतिकर्षण घटेगा

$$\Rightarrow E_b^p \text{ बढ़ेगी।}$$

### खण्ड - 3 (अधिकतम अंक : 12)

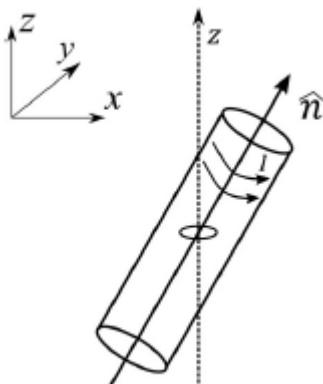
- इस खण्ड में चार (**04**) मिलान सूचियों के समुच्चय हैं।
- प्रत्येक समुच्चय में एक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं।
- प्रत्येक समुच्चय में दो सूचियाँ हैं: सूची-I तथा सूची-II।
- सूची-I में चार प्रविष्टियाँ (I), (II), (III) तथा (IV) हैं तथा सूची-II में पाँच प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R), (S) तथा (T) हैं।
- सूची-I तथा सूची-II पर आधारित प्रत्येक बहुविकल्पीय प्रश्न में चार विकल्प दिए गए हैं तथा इनमें से केवल एक विकल्प बहुविकल्पीय प्रश्न में पूछी गयी परिस्थिति को संतुष्ट करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +3 केवल यदि सही संयोजन के विकल्प को चुना गया है;

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है);

ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

15. क्षेत्रफल  $A$  तथा प्रतिरोध  $R$  का एक छोटा वृत्ताकार लूप किसी क्षैतिज  $xy$ -तल पर इस प्रकार दृढ़ित है कि लूप का केन्द्र सदैव एक लम्बी परिनालिका के अक्ष  $\hat{n}$  पर होता है। परिनालिका में प्रति इकाई लम्बाई  $m$  घेरे हैं तथा यह चित्र में दर्शाए अनुसार वामावर्त दिशा में धारा / ग्रहण किए हुए हैं। परिनालिका के कारण चुम्बकीय क्षेत्र  $\hat{n}$  दिशा में है। सूची-I में नियत कोणीय आवृत्ति  $\omega$  के पदों में  $\hat{n}$  की समय निर्भरता दर्शायी गयी है। सूची-II में समय  $t = \frac{\pi}{6\omega}$  पर वृत्ताकार लूप द्वारा अनुभव किये गये बल आघूर्ण दर्शाये गये हैं। माना  $\theta = \frac{A^2 \mu_0 m^2 I^2 \omega}{2R}$ .



| सूची-I  | सूची-II                          |
|---|----------------------------------|
| (I) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin \omega t \hat{j} + \cos \omega t \hat{k})$   | (P) 0                            |
| (II) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin \omega t \hat{i} + \cos \omega t \hat{j})$  | (Q) $-\frac{\alpha}{4} \hat{i}$  |
| (III) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin \omega t \hat{i} + \cos \omega t \hat{k})$ | (R) $\frac{3\alpha}{4} \hat{i}$  |
| (IV) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos \omega t \hat{j} + \sin \omega t \hat{k})$  | (S) $\frac{\alpha}{4} \hat{j}$   |
|   | (T) $-\frac{3\alpha}{4} \hat{i}$ |

निम्नलिखित में से कौनसा विकल्प सही है?

- (A) I  $\rightarrow$  Q, II  $\rightarrow$  P, III  $\rightarrow$  S, IV  $\rightarrow$  T
- (B) I  $\rightarrow$  S, II  $\rightarrow$  T, III  $\rightarrow$  Q, IV  $\rightarrow$  P
- (C) I  $\rightarrow$  Q, II  $\rightarrow$  P, III  $\rightarrow$  S, IV  $\rightarrow$  R
- (D) I  $\rightarrow$  T, II  $\rightarrow$  Q, III  $\rightarrow$  P, IV  $\rightarrow$  R

उत्तर (C)

हल I.  $\phi = B A \hat{k} \cdot \hat{n}$

$$\phi = \frac{BA}{\sqrt{2}} \cos(\omega t)$$

$$\varepsilon = \frac{BA\omega}{\sqrt{2}} \sin(\omega t)$$

$$i = \frac{BA\omega}{\sqrt{2}R} \sin(\omega t)$$

$$\vec{m} = iA \hat{k} = \frac{BA^2\omega}{\sqrt{2}R} \sin(\omega t) \hat{k}$$

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} = \frac{B^2 A^2 \omega}{\sqrt{2}R} \sin(\omega t) (\hat{k} \times \hat{n})$$

$$= -\frac{B^2 A^2 \omega}{2R} [\hat{i}] \sin^2(\omega t)$$

$$\vec{\tau} = -\frac{B^2 A^2 \omega}{2R} \left[ \sin^2\left(\frac{\pi}{0}\right) \right] = -\alpha \hat{i}$$

(I)  $\rightarrow$  Q.

II.  $\phi = 0$

(II)  $\rightarrow$  P

III.  $\phi = \frac{BA}{\sqrt{2}} \cos(\omega t)$

$$i = \frac{BA\omega}{\sqrt{2}R} \sin(\omega t)$$

$$\vec{m} = \frac{BA^2\omega}{\sqrt{2}R} \sin(\omega t) \hat{k}$$

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} = \frac{B^2 A^2 \omega}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}R} \sin \omega t (\hat{k} \times (\sin \omega t \hat{i} + \cos \omega t \hat{k}))$$

$$= \frac{B^2 A^2 \sin(\omega t)}{2R} (\sin \omega t) \hat{j}$$

$$= \frac{B^2 A^2 \omega}{2R} \sin^2(\omega t) \hat{j}$$

$$= \frac{\alpha}{4} \hat{j}.$$

III  $\rightarrow$  S

IV.  $\phi = \frac{BA}{\sqrt{2}} \sin(\omega t)$

$$i = -\frac{BA\omega}{\sqrt{2}R} \cos(\omega t)$$

$$\vec{m} = -\frac{BA^2\omega}{\sqrt{2}R} \cos \omega t (\hat{k})$$

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} = -\frac{B^2 A^2 \omega}{2R} (\hat{k} \times \hat{j}) \cos^2(\omega t)$$

$$\tau = +\frac{B^2 A^2 \omega}{2R} (\hat{i}) \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

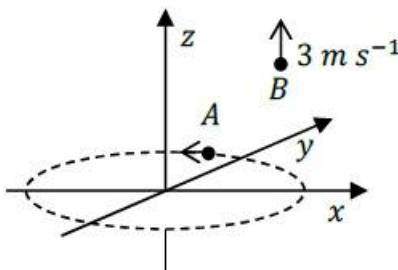
$$= +\frac{3}{4} \alpha \hat{i}$$

(IV)  $\rightarrow$  R.

16. सूची I में चार निकाय दर्शाये गये हैं जिनमें से प्रत्येक में चित्र में दर्शाये अनुसार सापेक्षिक गति करते हुए दो कण A तथा B हैं। सूची II में समय  $t = \frac{\pi}{3} s$  पर इनके सापेक्षिक वेग ( $m s^{-1}$  में) के सम्भावित परिमाण दिये गये हैं।

|       | सूची-I   |     | सूची-II                           |
|-------|--|-----|-----------------------------------|
| (I)   | <p><math>A</math> तथा <math>B</math>, <math>1\text{ m}</math> त्रिज्या के एक क्षैतिज वृत्त पर एकसमान कोणीय चाल <math>\omega = 1\text{ rad s}^{-1}</math> से गतिशील है। समय <math>t = 0</math> पर <math>A</math> तथा <math>B</math> की प्रारम्भिक कोणीय स्थितियाँ क्रमशः <math>\theta = 0</math> तथा <math>\theta = \frac{\pi}{2}</math> हैं।</p>   | (P) | $\frac{(\sqrt{3} + 1)}{2}$        |
| (II)  | <p>प्रक्षेप्य <math>A</math> तथा <math>B</math> को क्रमशः <math>t = 0</math> तथा <math>t = 0.1\text{ s}</math> पर (समान ऊर्ध्वाधर तल में), समान चाल <math>v = \frac{5\pi}{\sqrt{2}}\text{ ms}^{-1}</math> तथा क्षैतिज तल से <math>45^\circ</math> पर दागा जाता है। <math>A</math> तथा <math>B</math> के मध्य प्रारम्भिक दूरी इस प्रकार अति पर्याप्त है कि ये एक दूसरे से नहीं टकराये। (<math>g = 10\text{ ms}^{-2}</math>)</p> | (Q) | $\frac{(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{2}}$ |
| (III) | <p><math>t = 0</math> से गति प्रारम्भ करने वाले दो सन्नादी दोलक <math>A</math> तथा <math>B</math>, <math>x</math> दिशा में क्रमशः <math>x_A = x_0 \sin \frac{t}{t_0}</math> and <math>x_B = x_0 \sin \left( \frac{t}{t_0} + \frac{\pi}{2} \right)</math> के अनुसार गतिशील हैं। <math>x_0 = 1\text{ m}</math>, <math>t_0 = 1\text{ s}</math> लीजिए।</p>   | (R) | $\sqrt{10}$                       |

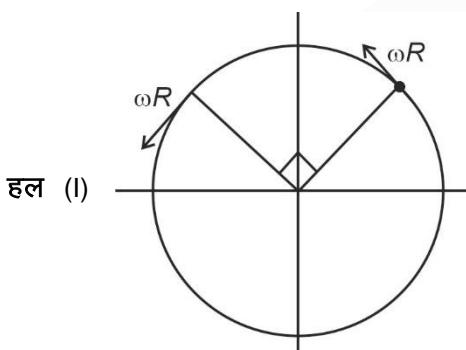
|      |   |     |                      |
|------|---|-----|----------------------|
| (IV) | कण A, xy तल पर 1 m त्रिज्या के एक क्षैतिज वृत्ताकार पथ में नियत कोणीय चाल $\omega = 1 \text{ rad s}^{-1}$ से घूर्णन कर रहा है। कण B चित्र में दर्शाए अनुसार ऊर्ध्वाधर दिशा में $3 \text{ ms}^{-1}$ की नियत चाल से ऊपर की ओर गतिशील है (गुरुत्व को नगण्य मानिये) | (S) | $\sqrt{2}$           |
|      |   | (T) | $\sqrt{25\pi^2 + 1}$ |



निम्नलिखित में से कौनसा विकल्प सही है?

- (A) I  $\rightarrow$  R, II  $\rightarrow$  T, III  $\rightarrow$  P, IV  $\rightarrow$  S
- (B) I  $\rightarrow$  S, II  $\rightarrow$  P, III  $\rightarrow$  Q, IV  $\rightarrow$  R
- (C) I  $\rightarrow$  S, II  $\rightarrow$  T, III  $\rightarrow$  P, IV  $\rightarrow$  R
- (D) I  $\rightarrow$  T, II  $\rightarrow$  P, III  $\rightarrow$  R, IV  $\rightarrow$  S

उत्तर (C)



$$v_{\text{नेट}} = \sqrt{2}\omega R = \sqrt{2}$$

I  $\rightarrow$  S

$$(II) v_A(t = 0.13) = \frac{5\pi}{\sqrt{2}} \cos 45 \hat{i} + \left[ \frac{5\pi}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - g \times 0.1 \right] \hat{j}$$

$$= \frac{5\pi}{2} \hat{i} + \left( \frac{5\pi}{2} - 1 \right) \hat{j}$$

$$v_B(t = 0.1 \text{ sec}) = \frac{-5\pi}{2} \hat{i} + \left( \frac{5\pi}{2} \right) \hat{j}$$

$t = 0.1$  के बाद, सापेक्षिक वेग परिवर्तित नहीं होने चाहिए,

$$v_{\text{rel}}(t = 0.1 \text{ sec}) = |5\pi \hat{i} - \hat{j}|$$

$$= \sqrt{25\pi^2 + 1}$$

II  $\rightarrow$  T

$$(III) x = x_A - x_B$$

$$= x_0 \sin t - x_0 \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \sqrt{2}x_0 \sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$v_{\text{rel}} = \frac{dx}{dt} = \sqrt{2}x_0 \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

III → P

$$(IV) v_{\text{rel}} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

IV → R

17. सूची I में चार भिन्न-भिन्न निकायों में ऊष्मागतिक प्रक्रम दर्शाये गये हैं। सूची II में प्रक्रम के कारण निकाय की आन्तरिक ऊर्जा में सम्भावित परिवर्तनों के परिमाण (या तो ठीक या निकटतम सन्निकटन में) दिये गये हैं।

|       | सूची-I  |     | सूची-II |
|-------|---|-----|---------|
| (I)   | 100° पर $10^{-3}$ kg जल को $10^5$ Pa के दाब पर समान ताप पर भाप में रूपान्तरित किया जाता है। प्रक्रम में निकाय का आयतन $10^{-6}$ m <sup>3</sup> से $10^{-3}$ m <sup>3</sup> तक परिवर्तित होता है। जल की गुप्त ऊष्मा = 2250 kJ/kg | (P) | 2 kJ    |
| (II)  | 500 K ताप पर V आयतन वाली 0.2 मोल दृढ़ द्विपरमाणुक आदर्श गैस 3V आयतन तक समदाबीय प्रसार से गुजरती है। माना $R = 8.0 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .  | (Q) | 7 kJ    |
| (III) | एक मोल एकलपरमाणुक आदर्श गैस को आयतन $V = \frac{1}{3}m^3$ तथा दाब 2 kPa से आयतन $\frac{V}{8}$ तक रूद्धोष्म रूप से संपीड़ित किया जाता है।   | (R) | 4 kJ    |
| (IV)  | तीन मोल द्विपरमाणुक आदर्श गैस जिसके अनु कम्पन कर सकते हैं, को 9 kJ ऊष्मा प्रदान की जाती है तथा यह समदाबीय प्रसार से गुजरती है।  | (S) | 5 kJ    |
|       |   | (T) | 3 kJ    |

निम्नलिखित में से कौनसा विकल्प सही है?

- (A) I → T, II → R, III → S, IV → Q  
 (B) I → S, II → P, III → T, IV → P  
 (C) I → P, II → R, III → T, IV → Q  
 (D) I → Q, II → R, III → S, IV → T

उत्तर (C)

हल (I)  $U = ML - P\Delta V$

$$\begin{aligned} &= 10^{-3} \times 2250 - 10^2 kP \times (10^{-3} - 10^{-6}) m^3 \\ &= 2.25 \text{ kJ} - 0.1 \text{ kJ} \\ &= 2.15 \text{ kJ} \end{aligned}$$

I → P

(II)  $C_V = \frac{5R}{2}$  (दृढ़ द्विपरमाणुक)

समदाबीय प्रसार के लिए

$V \propto T$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{V}{3V} = \frac{500}{T_2} \Rightarrow T_2 = 1500 \text{ K}$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= nC_V\Delta T = 0.2 \times \frac{5 \times 8}{2} \times (1500 - 500) \text{ J} \\ &= 4 \text{ kJ} \end{aligned}$$

II → R

(III) रुद्धोष प्रसार  $\left(\gamma = \frac{5}{3}\right)$

$$P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow (2 \text{ kPa}) \times V_0^{5/3} = P_2 \times \left(\frac{V_0}{8}\right)^{5/3}$$

$P_2 = 64 \text{ kPa}$

$\Delta U = nC_V\Delta T$

$$\begin{aligned} &= \frac{3nR\Delta T}{2} = \frac{3}{2}(P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{3}{2} \times \left(64 \times \frac{1}{3 \times 8} - 2 \times \frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{3}{2} \times \left(\frac{8}{3} - \frac{2}{3}\right) = 3 \text{ kJ} \end{aligned}$$

III → T

(IV) समदाबीय प्रसार के लिए,

$$\Delta U = nC_V\Delta T = \frac{7}{2} nR\Delta T$$

$$\Delta Q = nC_P\Delta T = \frac{9}{2} nR\Delta T$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta Q} = \frac{7}{9}$$

$$\Delta U = \frac{7}{9} \Delta Q = 7 \text{ kJ}$$

IV → Q

18. सूची I में चित्रों में प्रदर्शित फोकस दूरियों (cm में) वाले दो लेंस (1 तथा 2) के चार संयोजन दर्शाये गये हैं। सभी स्थितियों में वस्तु को प्रथम लेंस से बायें ओर 20 cm की दूरी पर रखा जाता है तथा दोनों लेंसों के मध्य दूरी 5 cm है। सूची II में अंतिम प्रतिबिम्बों की स्थितियाँ दर्शायी गयी हैं।

|       | सूची I |     | सूची II  |
|-------|--------|-----|--|
| (I)   |        | (P) | अंतिम प्रतिबिम्ब लेंस 2 के दायें ओर 7.5 cm पर निर्मित होता है  |
| (II)  |        | (Q) | अंतिम प्रतिबिम्ब लेंस 2 के दायें ओर 60.0 cm पर निर्मित होता है |
| (III) |        | (R) | अंतिम प्रतिबिम्ब लेंस 2 के दायें ओर 30.0 cm पर निर्मित होता है |
| (IV)  |        | (S) | अंतिम प्रतिबिम्ब लेंस 2 के दायें ओर 6.0 cm पर निर्मित होता है  |
|       |        | (T) | अंतिम प्रतिबिम्ब लेंस 2 के दायें ओर 30.0 cm पर निर्मित होता है |

निम्नलिखित में से कौनसा विकल्प सही है?

- (A) (I) → P; (II) → R; (III) → Q; (IV) → T
- (B) (I) → Q; (II) → P; (III) → T; (IV) → S
- (C) (I) → P; (II) → T; (III) → R; (IV) → Q
- (D) (I) → T; (II) → S; (III) → Q; (IV) → R

उत्तर (A)

हल

$$(I) \quad u = -20 \text{ cm}$$

$$f = +10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{20} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{20}$$

$$v = 20 \text{ cm}$$

$$u = +15 \text{ cm}$$

$$f = +15 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{15} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{2}{15}$$

$$v = 7.5 \text{ cm} \text{ (लेस 2 से)}$$

I → P

$$(II) \ u = -20 \text{ cm}, f = +10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{20} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \Rightarrow v = 20 \text{ cm}$$

$$u = +15 \text{ cm}$$

$$f = -10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{15} = \frac{-1}{10}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{-1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{-3+2}{30}$$

$$\frac{1}{v} = -\frac{1}{30}$$

$$v = -30 \text{ cm}$$

II → R

$$(III) \ u = -20$$

$$f = +10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{20} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$$

$$v = 20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow u = 15 \text{ cm}$$

$$f = -20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{15} = \frac{-1}{20}$$

$$\frac{1}{v} = -\frac{1}{20} + \frac{1}{15} = \frac{-3+4}{60} = \frac{1}{60}$$

$$v = 60 \text{ cm}$$

III → Q

(IV)  $u = -20 \text{ cm}$

$$f = -20$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} + \frac{1}{20} = \frac{-1}{20}$$

$$v = -10 \text{ cm}$$

$$u = -15 \text{ cm}$$

$$f = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} + \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15}$$

$$= \frac{3-2}{30} = \frac{1}{30}$$

$$v = 30 \text{ cm}$$

IV → T

## PART-II : CHEMISTRY

### खण्ड - 1 (अधिकतम अंक : 24)

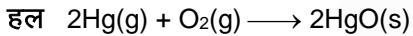
- इस खंड में आठ (**08**) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर के सही संख्यात्मक मान को माउस और ऑन-स्क्रीन वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड के प्रयोग से उत्तर दर्ज करने के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज कीजिए। यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को / का दशमलव के दो स्थानों तक **सक्षिप्त/सन्निकटन करें।**
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : +3 यदि केवल सही संख्यात्मक मान ही दर्ज किया गया है;

शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- 298 K तथा 1 atm पर 2 मोल Hg(g) को एक निश्चित आयतन बम कैलोरीमीटर में O<sub>2</sub> के आधिकार्य के साथ दहन करने पर HgO(s) प्राप्त होता है। अभिक्रिया के दौरान ताप 298.0 K से 312.8 K तक बढ़ता है। 298 K पर यदि बम कैलोरीमीटर की ऊषा धारिता तथा Hg(g) की संभवन एन्थैल्पी क्रमशः 20.00 kJ K<sup>-1</sup> तथा 61.32 kJ mol<sup>-1</sup> हैं, तो 298 K पर HgO(s) की परिकलित मानक मोलर संभवन एन्थैल्पी X kJ mol<sup>-1</sup> है। |X| का मान \_\_\_\_\_ है।  
[दिया है: गैस स्थिरांक R = 8.3 J K<sup>-1</sup> mol<sup>-1</sup>]

उत्तर (90.39)



$$\text{कैलोरीमापी की ऊषाधारिता} = 20 \text{ kJ K}^{-1}$$

$$\text{ताप में वृद्धि} = 14.8 \text{ K}$$

$$\text{मुक्त ऊषा} = 20 \times 14.8 = 296 \text{ kJ}$$

$$\Delta H^\circ = \Delta U^\circ + \Delta n_g RT$$

$$= -296 - 3 \times 8.3 \times 298 \times 10^{-3}$$

$$\approx -303.42 \text{ kJ}$$

$$\Delta H^\circ = \Delta H_f^\circ(\text{HgO(s)}) - \Delta H_f^\circ(\text{Hg(g)})$$

$$-303.42 = \Delta H_f^\circ(\text{HgO(s)}) - 2 \times 61.32$$

$$\Delta H_f^\circ(\text{HgO(s)}) = -303.42 + 122.64$$

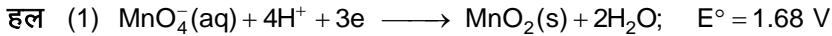
$$= -180.78 \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$|\Delta H_f^\circ(\text{HgO(s)})| = 90.39 \text{ kJ mol}^{-1}$$

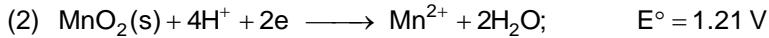
- MnO<sub>4</sub><sup>-</sup>(aq) / Mn(s) का अपचयन विभव (E<sup>0</sup>, V में) \_\_\_\_\_ है।

[दिया है: E<sup>0</sup><sub>(MnO<sub>4</sub><sup>-</sup>(aq)/MnO<sub>2</sub>(s))</sub> = 1.68 V; E<sup>0</sup><sub>(MnO<sub>2</sub>(s)/Mn<sup>2+</sup>(aq))</sub> = 1.21 V; E<sup>0</sup><sub>(Mn<sup>2+</sup>(aq)/Mn(s))</sub> = -1.03 V ]

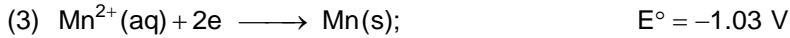
उत्तर (0.77)



$$\Delta G_1^\circ = -3F (1.68) = -5.04 \text{ F}$$

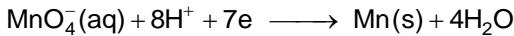


$$\Delta G_2^\circ = -2F (1.21) = -2.42 \text{ F}$$



$$\Delta G_3^\circ = -2F (-1.03) = +2.06 \text{ F}$$

(1), (2) तथा (3) को जोड़ने पर,



$$\Delta G = \Delta G_1^\circ + \Delta G_2^\circ + \Delta G_3^\circ$$

$$= (-5.04 - 2.42 + 2.06) \text{ F}$$

$$-7\text{F} E^\circ = -5.4\text{F}$$

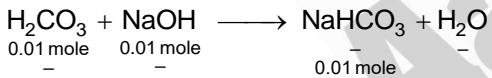
$$E^\circ = 0.77 \text{ V}$$

3. 100 mL जल में  $\text{H}_2\text{CO}_3$ ,  $\text{NaHCO}_3$ ,  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ , तथा  $\text{NaOH}$  प्रत्येक का 0.01 मोल मिलाकर एक विलयन बनाया जाता है। परिणामी विलयन का pH \_\_\_\_\_ है।

[दिया है:  $\text{H}_2\text{CO}_3$  का  $pK_{a_1}$  तथा  $pK_{a_2}$  क्रमशः 6.37 तथा 10.32 है;  $\log 2 = 0.30$ ]

उत्तर (10.02)

हल प्रथम अम्ल-क्षार अभिक्रिया  $\text{H}_2\text{CO}_3$  तथा  $\text{NaOH}$  के मध्य होती है



अंतिम विलयन में 0.01 मोल  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  तथा 0.02 मोल  $\text{NaHCO}_3$  है

यहाँ हमारे पास  $\text{NaHCO}_3$  तथा  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  का बफर है

$$\therefore \text{pH} = pK_{a_2} + \log \frac{[\text{लवण}]}{[\text{अम्ल}]}$$

$$= 10.32 + \log \frac{\left(\frac{0.01}{0.1}\right)}{\left(\frac{0.02}{0.1}\right)}$$

$$= 10.32 + \log \frac{1}{2}$$

$$= 10.32 - \log 2$$

$$= 10.32 - 0.3$$

$$= 10.02$$

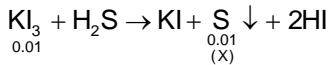
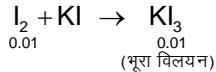
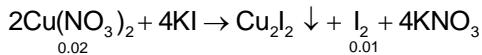
$$\therefore \text{pH} = 10.02$$

4. 3.74 g Cu(NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub> के जलीय विलयन को KI आधिक्य के साथ उपचारित करने पर एक अवक्षेप के साथ भूरा विलयन प्राप्त होता है। इस भूरे विलयन में H<sub>2</sub>S प्रवाहित करने पर अन्य अवक्षेप X प्राप्त होता है। X की मात्रा (g में) \_\_\_\_\_ है।

[दिया है: परमाणु द्रव्यमान : H = 1, N = 14, O = 16, S = 32, K = 39, Cu = 63, I = 127]

उत्तर (00.32)

हल Cu(NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub> के मोलों की संख्या =  $\frac{3.74}{187} = 0.02$



अवक्षेपित सल्फर के मोलों की संख्या (X) = 0.01

अवक्षेपित सल्फर का द्रव्यमान (X) =  $0.01 \times 32 = 0.32 \text{ gm}$

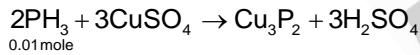
5. एक निष्क्रिय वातावरण में उबलते हुए NaOH विलयन में 1.24 g सफेद फॉस्फोरस घोलने पर एक गैस Q प्राप्त होती है। गैस Q को पूर्णतः प्रयुक्त करने के लिए आवश्यक CuSO<sub>4</sub> की मात्रा (g में) \_\_\_\_\_ है।

[दिया है: परमाणु द्रव्यमान : H = 1, O = 16, Na = 23, P = 31, S = 32, Cu = 63]

उत्तर (2.38)

हल  $\underset{\substack{1.24 \text{ g} \\ \text{या} \\ 0.01 \text{ mole}}}{\text{P}_4} + 3\text{NaOH} + 3\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{PH}_3 + 3\text{NaH}_2\text{PO}_2$

क्योंकि NaOH आधिक्य में उपस्थित है। निर्मित फॉस्फीन की मात्रा 0.01 mole (क्योंकि P<sub>4</sub> सीमान्त अभिकर्मक है)

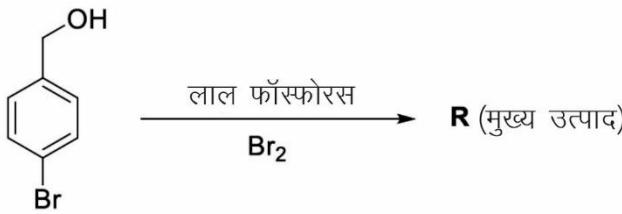


आवश्यक CuSO<sub>4</sub> की मात्रा =  $\frac{3 \times 0.01}{2}$  मोल

आवश्यक CuSO<sub>4</sub> का द्रव्यमान (g में) =  $\frac{0.03}{2} \times (63 + 32 + 16 \times 4)$

$$= \frac{0.03}{2} \times 159 = 2.38 \text{ g}$$

6. निम्नलिखित अभिक्रिया पर विचार कीजिए

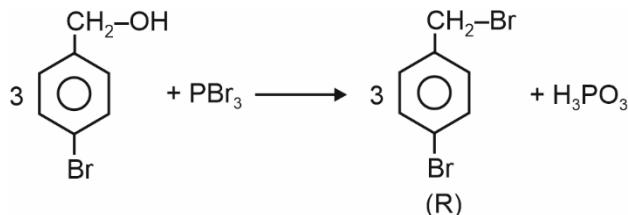


कैरिअस विधि का उपयोग करके 1.00 g R में ब्रोमीन का आकलन करने पर प्राप्त AgBr की मात्रा (g में) \_\_\_\_\_ है।

[दिया है: परमाणु द्रव्यमान : H = 1, C = 12, O = 16, P = 31, Br = 80, Ag = 108]

उत्तर (01.50)

हल  $2P + 3Br_2 \rightarrow 2PBr_3$

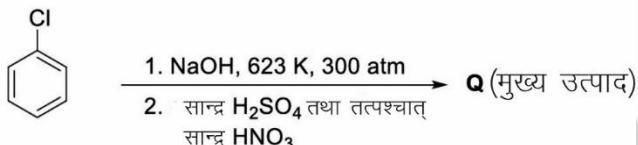


$$1 \text{ gm (R)} \text{ में मोलों की संख्या} = \frac{1}{250}$$

$$(R) \text{ से निर्मित } AgBr \text{ के मोलों की संख्या} = \frac{2}{250}$$

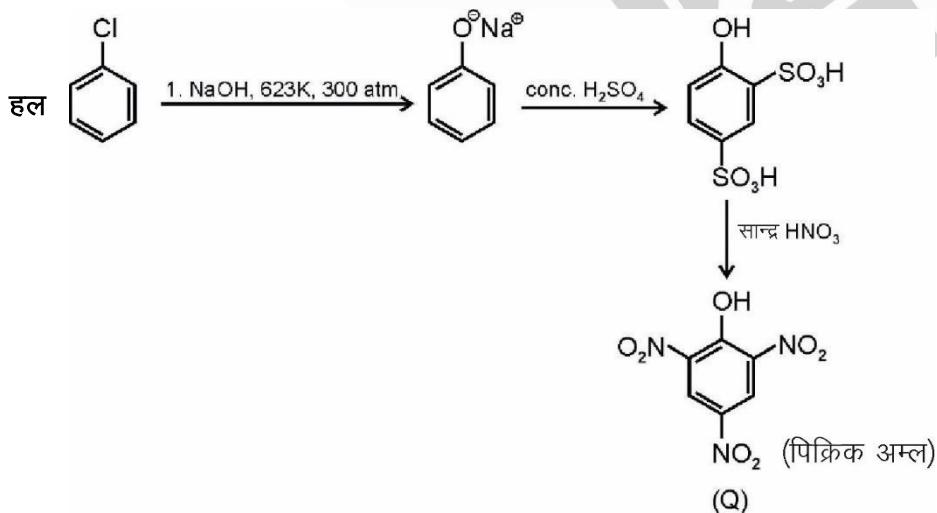
$$\text{निर्मित } AgBr \text{ का द्रव्यमान} = \frac{2 \times 188}{250} = 1.50 \text{ gm}$$

7. निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम में प्राप्त Q में हाइड्रोजन का भार प्रतिशत \_\_\_\_\_ है।



[दिया है: परमाणु द्रव्यमान : H = 1, C = 12, N = 14, O = 16, S = 32, Cl = 35]

उत्तर (1.31)



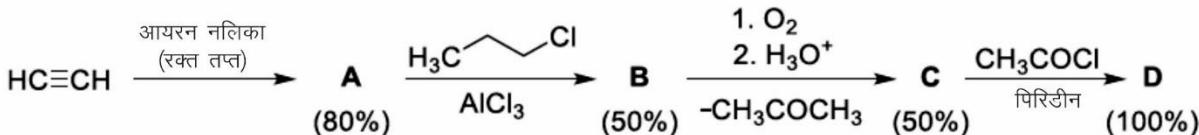
यौगिक का सूत्र =  $C_6H_3N_3O_7$

यौगिक का मोलर द्रव्यमान =  $(12 \times 6 + 3 + 14 \times 3 + 16 \times 7) \text{ g}$

$$= 229 \text{ g}$$

$$H \text{ का भार \%} = \frac{3}{229} \times 100 = 1.31$$

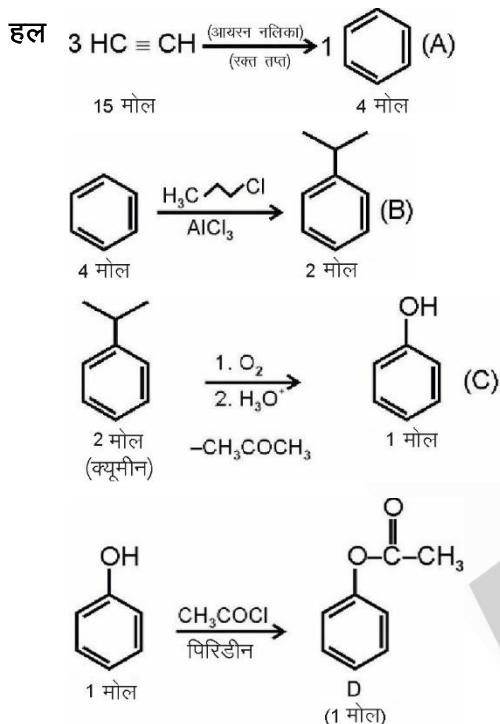
8. यदि नीचे दिया गया अभिक्रिया अनुक्रम 15 मोल एसिटिलीन के साथ सम्पन्न होता है, तो प्राप्त उत्पाद D की मात्रा (g में) है।



A, B, C तथा D की लक्ष्य कोष्ठकों में दी गयी है।

[दिया है: परमाणु द्रव्यमान : H = 1, C = 12, O = 16, Cl = 35]

उत्तर (136.00)



D का अणुसूत्र  $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}_2$  है।

D का मोलर द्रव्यमान  $(12 \times 8 + 8 \times 1 + 16 \times 2) = 136 \text{ g}$

∴ D का द्रव्यमान 136 है।

### खण्ड – 2 (अधिकतम अंक : 24)

- इस खंड में छ: (06) प्रश्न हैं।
  - प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) व (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है(हैं)।
  - प्रत्येक प्रश्न के लिए, (सभी) सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए।
  - प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार होगा:
- |           |   |    |  |
|-----------|---|----|--|
| पूर्ण अंक | : | +4 | यदि केवल (सभी) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है / हैं;       |
| आंशिक अंक | : | +3 | यदि चारों विकल्प सही हैं परंतु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है; |

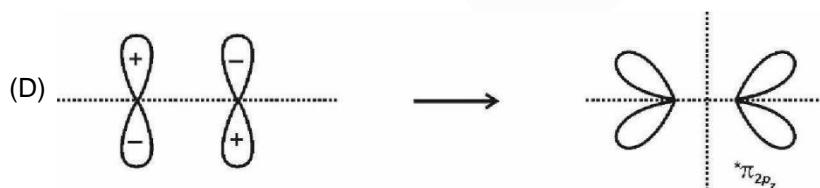
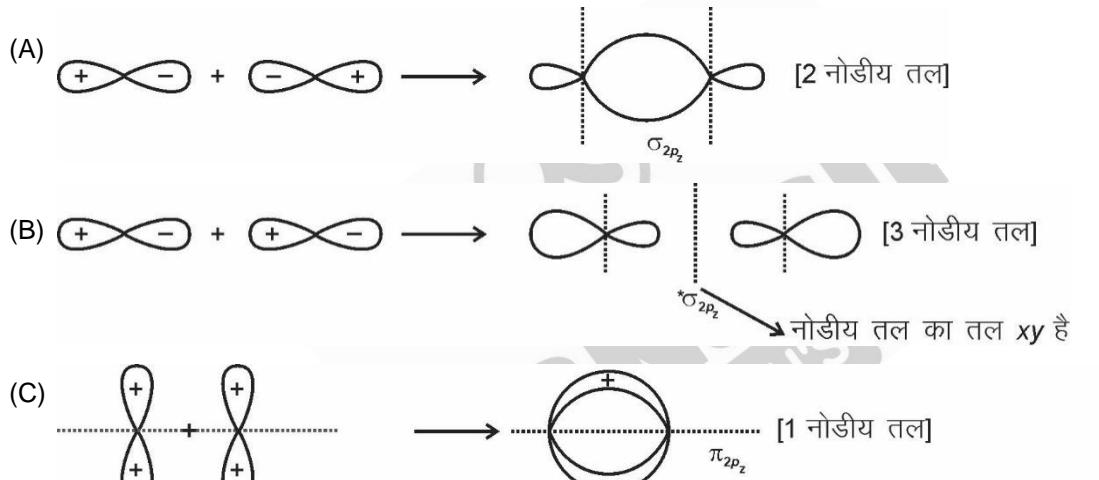
|           |      |   |
|-----------|------|---|
| आंशिक अंक | : +2 | यदि तीन या अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं; |
| आंशिक अंक | : +1 | यदि दो या अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल एक विकल्प को चुना गया है और यह एक सही विकल्प है;                     |
| शून्य अंक | : 0  | यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है);   |
| ऋण अंक    | : -2 | अन्य सभी परिस्थितियों में।  |

9. द्विपरमाणुक अणुओं के लिए दो  $2p_z$  कक्षकों के अतिव्यापन द्वारा निर्मित अणु कक्षकों के विषय में सही कथन है / हैं

- (A)  $\sigma$  कक्षक में कुल दो नोडीय तल होते हैं
- (B)  $\sigma^*$  कक्षक में आणविक अक्ष युक्त  $xz$ -तल में एक नोड होता है
- (C)  $\pi$  कक्षक में तल में एक नोड होता है जो आणविक अक्ष के लम्बवत होता है तथा अणु के केन्द्र से गुजरता है
- (D)  $\pi^*$  कक्षक में आणविक अक्ष युक्त  $xy$ -तल में एक नोड होता है

उत्तर (A, D)

हल



[इसमें दो नोडीय तल हैं तथा इसका एक नोडीय तल आणविक अक्ष युक्त  $xy$ -तल में है।]

10. अधिशोषण प्रक्रम से सम्बन्धित सही विकल्प है / हैं

- (A) रासायनिक अधिशोषण एक अणुक परत के रूप में फलित होता है।
- (B) भौतिक अधिशोषण के दौरान एन्थैल्पी परिवर्तन की परास 100 से 140  $\text{kJ mol}^{-1}$  तक होती है।
- (C) रासायनिक अधिशोषण एक ऊष्माशोषी प्रक्रम है।
- (D) निम्न ताप भौतिक अधिशोषण के लिए अनकूल होता है

उत्तर (A, D)

हल (A) प्रथम कथन सही है क्योंकि रासायनिक अधिशोषण के परिणामस्वरूप एकल आणविक परत बनती है तथा भौतिक अधिशोषण के परिणामस्वरूप बहुआणविक परत बनती है।

- (B) द्वितीय कथन गलत है क्योंकि भौतिक अधिशोषण के दौरान एन्थैल्पी परिवर्तन की परास ( $20 - 40$ )  $\text{kJ mol}^{-1}$  होती है।
- (C) रासायनिक अधिशोषण एक ऊष्माक्षेपी प्रक्रम है जिसमें एन्थैल्पी परिवर्तन ( $80 - 240$ )  $\text{kJ mol}^{-1}$  होता है।
- (D) ताप में कमी भौतिक अधिशोषण प्रक्रम में सहायक होता है

अतः (A) व (D) सही हैं

**11.** बॉक्साइट अयस्क से एलुमिनियम के विद्युत रासायनिक निष्कर्षण के दौरान होता है

- (A) ताप  $> 2500^\circ\text{C}$  पर कोक (C) के साथ  $\text{Al}_2\text{O}_3$  की अभिक्रिया
- (B)  $\text{CO}_2$  गैस प्रवाहित करके एलुमिनेट विलयन के उदासीनीकरण द्वारा जलयोजित एलुमिना ( $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ ) को अवक्षेपित करना
- (C) गर्म जलीय  $\text{NaOH}$  में  $\text{Al}_2\text{O}_3$  का घुलना
- (D)  $\text{Na}_3\text{AlF}_6$  के साथ मिश्रित  $\text{Al}_2\text{O}_3$  के विद्युतअपघटन पर Al तथा  $\text{CO}_2$  प्राप्त करना

उत्तर (B, C, D)

हल (A)  $> 2500^\circ\text{C}$  ताप पर कोक (C) द्वारा  $\text{Al}_2\text{O}_3$  का अपचयन कार्बाइड बनने के कारण सम्पन्न नहीं होता।

- (B) यह सही है क्योंकि ऐलुमिनेट विलयन का उदासीनीकरण  $\text{CO}_2$  गैस को प्रवाहित करके किया जाता है जिससे जलयोजित ऐलुमिना अवक्षेपित हो जाता है
- (C) चूर्णित अयस्क की गर्म  $\text{NaOH}$  के साथ अभिक्रिया  $473\text{ K} - 523\text{ K}$  – तथा  $35 - 36$  बार दाब पर सम्पन्न होती है।
- (D)  $\text{Na}_3\text{AlF}_6$  के साथ मिश्रित  $\text{Al}_2\text{O}_3$  के विद्युत अपघटन पर Al तथा  $\text{CO}_2$  प्राप्त होते हैं। यह सही कथन है।

**12.** गैलेना को  $\text{HNO}_3$  के साथ उपचारित करने पर एक गैस प्राप्त होती है, जो होती है

- (A) अनुचुम्बकीय
- (B) ज्यामिति में बंकित
- (C) एक अम्लीय ऑक्साइड
- (D) रंगहीन

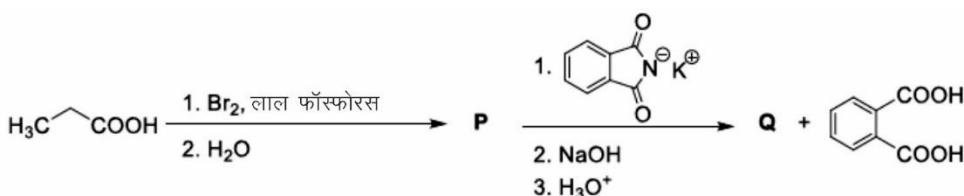
उत्तर (A, D)

हल  $\text{PbS} + \text{तनु HNO}_3 \rightarrow \text{Pb}(\text{NO}_3)_2 + \text{S} + \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$

अयुग्मित इलेक्ट्रॉन की उपस्थिति के कारण NO अनुचुम्बकीय नहीं हैं, यह उदासीन ऑक्साइड है, यह रंगहीन है।

अतः (A) तथा (D) सही कथन हैं

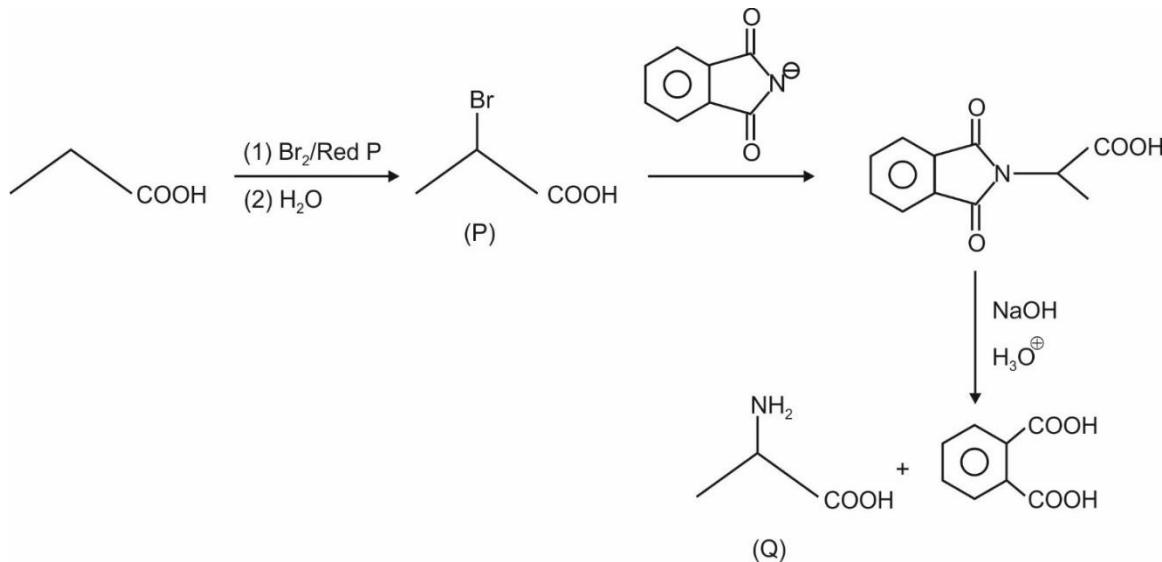
**13.** नीचे दिए गए अभिक्रिया अनुक्रम पर विचार कीजिए, सही कथन हैं/हैं



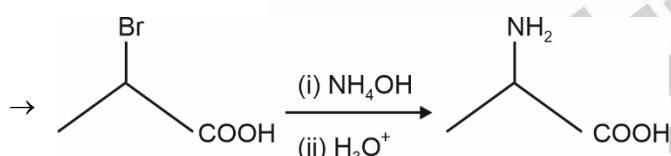
- (A) P को  $\text{NaBH}_4$  का उपयोग करके एक प्राथमिक एल्कोहॉल में अपचयित किया जा सकता है  
 (B) P को सान्द्र  $\text{NH}_4\text{OH}$  विलयन के साथ उपचारित करने के बाद अम्लीकरण पर Q प्राप्त होता है  
 (C) जलीय HCl विलयन में Q को  $\text{NaNO}_2$  विलयन के साथ उपचारित करने पर  $\text{N}_2$  मुक्त होती है  
 (D) P,  $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}$  की अपेक्षा अधिक अम्लीय है

उत्तर (B, C, D)

हल



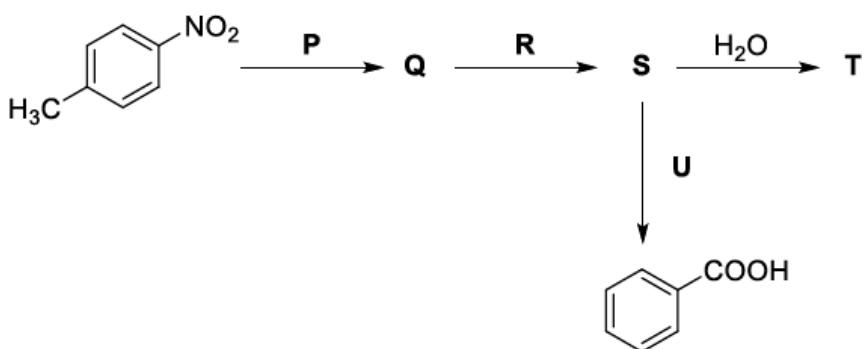
→  $\text{NaBH}_4$  अम्लों को अपचयित नहीं कर सकता



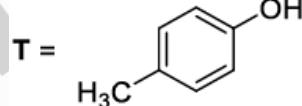
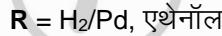
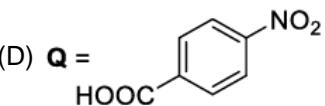
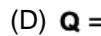
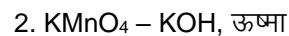
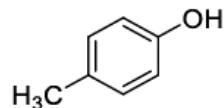
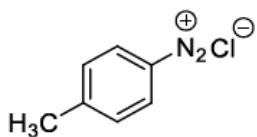
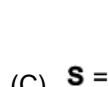
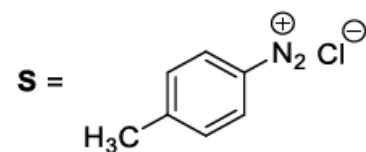
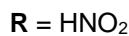
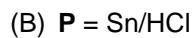
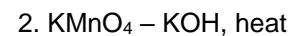
→ 1° एमीन की  $\text{NaNO}_2/\text{HCl}$  के साथ अभिक्रिया पर  $\text{N}_2$  गैस प्राप्त होती है



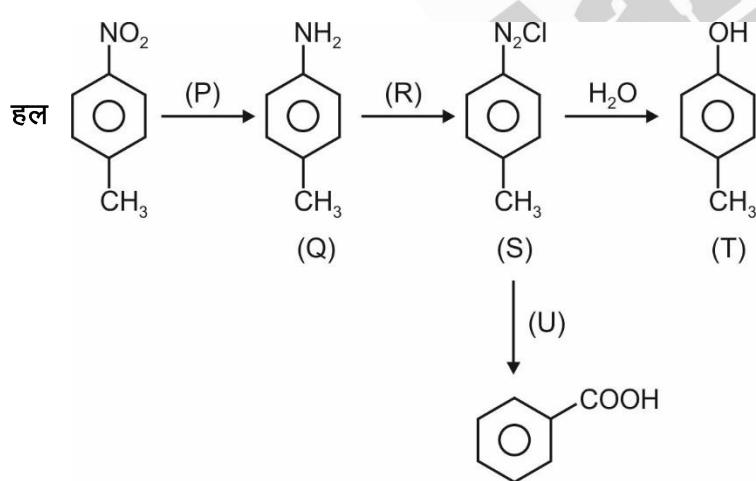
14. निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम पर विचार कीजिए,



सही विकल्प है / हैं



उत्तर (A, B, C)



→  $P \rightarrow H_2/Pd$ , एथेनॉल;  $Sn/HCl$  हो सकता है

→  $R \rightarrow NaNO_2/HCl$ ;  $HNO_2$  हो सकता है

→  $U \rightarrow$  (i)  $H_3PO_2$ , (ii)  $KMnO_4 - KOH$ ,  $\Delta$  या (i)  $CH_3 - CH_2 - OH$ , (ii)  $KMnO_4 - KOH$ ,  $\Delta$  हो सकता है

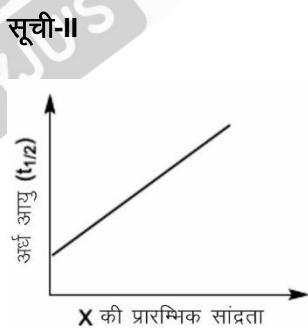
### खण्ड - 3 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खण्ड में चार (**04**) मिलान सूचियों के समुच्चय हैं।
  - प्रत्येक समुच्चय में एक बहुविकल्पीय प्रश्न है।
  - प्रत्येक समुच्चय में दो सूचियाँ हैं: **सूची-I** तथा **सूची-II**
  - **सूची-I** में चार प्रविष्टियाँ (I), (II), (III) तथा (IV) हैं तथा **सूची-II** में पाँच प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R), (S) तथा (T) हैं।
  - **सूची-I** तथा **सूची-II** पर आधारित प्रत्येक बहुविकल्पीय प्रश्न में चार विकल्प दिए गए हैं तथा इनमें से केवल एक विकल्प बहुविकल्पीय प्रश्न में पूछी गयी परिस्थिति को संतुष्ट करता है।
  - प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:
- पूर्ण अंक : +3 केवल यदि सही संयोजन के विकल्प के संगत विकल्प को चुना गया है;
- शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है);
- ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- 15.** सूची-I में X के अपघटन के लिए दिए गए वेग व्यंजकों को सूची-II में दिए गए संगत आरेखों के साथ सुमेलित कीजिए।  $X_s$  तथा k उचित मात्रकों वाले स्थिरांक हैं।

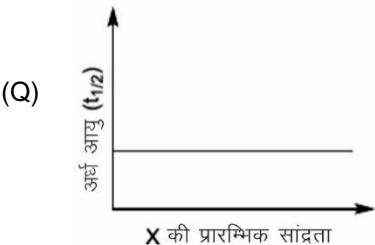
**सूची-I**

$$(I) \quad \text{वेग} = \frac{k[X]}{X_s + [X]}$$



X की सभी संभव प्रारम्भिक सांदर्ताओं पर

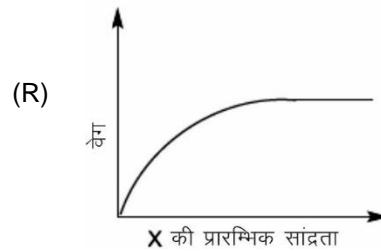
$$(II) \quad \text{वेग} = \frac{k[X]}{X_s + [X]}$$



जहाँ X की प्रारम्भिक सांदर्ताएं  $X_s$

से अत्यधिक कम हैं

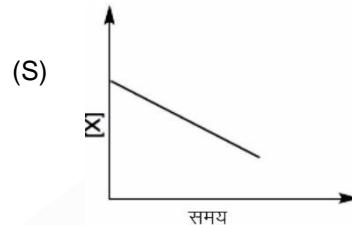
$$(III) \text{ वेग} = \frac{k[X]}{X_s + [X]}$$



जहाँ  $X$  की प्रारम्भिक सांदर्भता  $X_s$

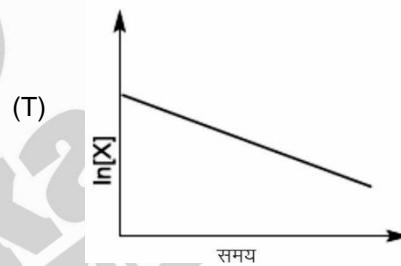
से अत्यधिक हैं

$$(IV) \text{ वेग} = \frac{k[X]^2}{X_s + [X]}$$



जहाँ  $X$  की प्रारम्भिक सांदर्भता  $X_s$

से अत्यधिक है



(A) I → P; II → Q; III → S; IV → T

(C) I → P; II → Q; III → Q; IV → R

उत्तर (A)

हल (I) वेग =  $\frac{k[X]}{X_s + [X]}$

**स्थिति-1:**  $[X] \gg X_s$ ;  $[X] + X_s \approx [X]$

$$\text{वेग} = \frac{k[X]}{[X]} = k \quad (X \text{ के सापेक्ष शून्य कोटि})$$

I → P, S

**स्थिति-2:**  $[X] \ll X_s$ ;  $[X] + X_s \approx X_s$

$$\therefore \text{वेग} = \frac{k[X]}{X_s} = k'[X] \quad (X \text{ के सापेक्ष प्रथम कोटि})$$

$\therefore I \rightarrow Q, T$

स्थिति -3:  $[X] \approx X_s$

$$\text{वेग} = \frac{k[X]}{X_s + [X]}$$

इस स्थिति में सूची-II में दिए गए वक्र-R का मिलान होगा

$\therefore I \rightarrow P, Q, R, S, T$  (अर्ध आयु का ग्राफ मूलबिन्दु से प्रारम्भ होना चाहिए)

$$(II) \quad \text{वेग} = \frac{k[X]}{X_s + [X]}$$

$\because [X] \ll X_s$

$\therefore X_s + [X] \approx X_s$

$$\therefore \text{वेग} = \frac{k[X]}{X_s} = k'[X] \quad (X \text{ के सापेक्ष प्रथम कोटि})$$

$\therefore II \rightarrow Q, T$

$$(III) \quad \text{वेग} = \frac{k[X]}{X_s + [X]}$$

$\because [X] \gg X_s$

$\therefore X_s + [X] \approx [X]$

$$\therefore \text{वेग} = \frac{k[X]}{[X]} = k \quad (X \text{ के सापेक्ष शून्य कोटि})$$

$\therefore III \rightarrow P, S$

$$(IV) \quad \text{वेग} = \frac{k[X]^2}{X_s + [X]}$$

$\because [X] \gg X_s$

$\therefore X_s + [X] \approx [X]$

$$\therefore \text{वेग} = \frac{k[X]^2}{[X]} = k[X] \quad (X \text{ के सापेक्ष प्रथम कोटि})$$

$\therefore IV \rightarrow Q, T$

16. सूची-I में यौगिक तथा सूची-II में अभिक्रियाएं दी गयी हैं

### सूची-I

- (I)  $\text{H}_2\text{O}_2$
- (II)  $\text{Mg}(\text{OH})_2$
- (III)  $\text{BaCl}_2$
- (IV)  $\text{CaCO}_3$

### सूची-II

- (P)  $\text{Mg}(\text{HCO}_3)_2 + \text{Ca}(\text{OH})_2 \rightarrow$
- (Q)  $\text{BaO}_2 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow$
- (R)  $\text{Ca}(\text{OH})_2 + \text{MgCl}_2 \rightarrow$
- (S)  $\text{BaO}_2 + \text{HCl} \rightarrow$
- (T)  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2 + \text{Ca}(\text{OH})_2 \rightarrow$

सूची-I में दिए गए प्रत्येक यौगिक का सूची-II में दी गयी उनकी निर्माण अभिक्रियाओं के साथ मिलान कीजिए, तथा सही विकल्प का चयन कीजिए

- (A) I  $\rightarrow$  Q; II  $\rightarrow$  P; III  $\rightarrow$  S; IV  $\rightarrow$  R
- (C) I  $\rightarrow$  T; II  $\rightarrow$  R; III  $\rightarrow$  Q; IV  $\rightarrow$  P

- (B) I  $\rightarrow$  T; II  $\rightarrow$  P; III  $\rightarrow$  Q; IV  $\rightarrow$  R
- (D) I  $\rightarrow$  Q; II  $\rightarrow$  R; III  $\rightarrow$  S; IV  $\rightarrow$  P

उत्तर (D)



- (Q)  $\text{BaO}_2 + \text{H}_2\text{SO}_4 \longrightarrow \text{BaSO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2$
- (R)  $\text{Ca}(\text{OH})_2 + \text{MgCl}_2 \longrightarrow \text{Mg}(\text{OH})_2 + \text{CaCl}_2$
- (S)  $\text{BaO}_2 + 2\text{HCl} \longrightarrow \text{BaCl}_2 + \text{H}_2\text{O}_2$
- (T)  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2 + \text{Ca}(\text{OH})_2 \longrightarrow 2\text{CaCO}_3 \downarrow + 2\text{H}_2\text{O}$

- I  $\rightarrow$  Q
- II  $\rightarrow$  R
- III  $\rightarrow$  S
- IV  $\rightarrow$  P

विकल्प (D) सही है

17. सूची-I में धातु स्पीशीज दी गई हैं तथा सूची-II इनके गुण दिए गए हैं।

### सूची-I

- (I)  $[\text{Cr}(\text{CN})_6]^{4-}$
- (II)  $[\text{RuCl}_6]^{2-}$
- (III)  $[\text{Cr}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$
- (IV)  $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$

### सूची-II

- (P)  $t_{2g}$  कक्षकों में 4 इलेक्ट्रॉन
- (Q)  $\mu(\text{चक्रण-मात्र}) = 4.9 \text{ BM}$
- (R) निम्न चक्रण संकुल आयन
- (S) 4+ ऑक्सीकरण अवस्था में धातु आयन
- (T)  $d^6$  स्पीशीज

[दिया है: परमाणु क्रमांक : Cr = 24, Ru = 44, Fe = 26]

सूची-I में दी गयी प्रत्येक धातु स्पीशीज का सूची-II में दिए गए उनके गुणों के साथ मिलान कीजिए, तथा सही विकल्प का चयन कीजिए

- (A) I → R, T; II → P, S; III → Q, T; IV → P, Q  
 (C) I → P, R; II → R, S; III → R, T; IV → P, T

- (B) I → R, S; II → P, T; III → P, Q; IV → Q, T  
 (D) I → Q, T; II → S, T; III → P, T; IV → Q, R

उत्तर (A)

हल (I)  $[\text{Cr}(\text{CN})_6]^{4-}$



यह  $d^2sp^3$  संकरित है क्योंकि  $\text{CN}^-$  एक प्रबल क्षेत्र लीगेण्ड है।

(II)  $[\text{RuCl}_6]^{2-}$



$t_{2g}$  समुच्चय में 4 इलेक्ट्रॉन होते हैं

(III)  $[\text{Cr}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$



इसमें 4 अयुग्मित इलेक्ट्रॉन हैं क्योंकि  $\text{H}_2\text{O}$  एक दुर्बल क्षेत्र लीगेण्ड है

अतः इसका  $\mu = 4.9 \text{ B.M.}$

(IV)  $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$



$$= t_{2g}^4 e_g^2$$

इसमें 4 अयुग्मित इलेक्ट्रॉन हैं, इसका  $\mu = 4.9 \text{ B.M.}$

18. सूची-I में दिए गए यौगिकों को सूची-II में दिए गए प्रेक्षणों के साथ सुमेलित कीजिए, तथा सही विकल्प का चयन कीजिए।

### सूची-I

(I) एनिलीन

(II) o-क्रिसॉल

(III) सिस्टीन

(IV) कैप्रोलैक्टम

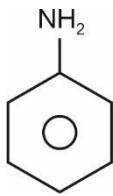
- (A) I → P, Q; II → S; III → Q, R; IV → P  
 (C) I → Q, S; II → P, T; III → P; IV → S

### सूची-II

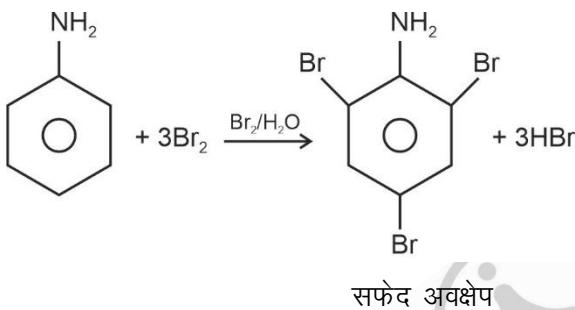
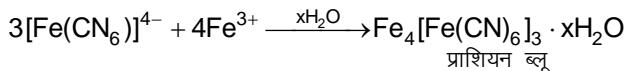
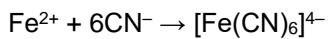
- (P) यौगिक के सोडियम गलन निष्कर्ष को  $\text{FeSO}_4$  के साथ उबालने के बाद सान्द्र  $\text{H}_2\text{SO}_4$  के साथ अम्लीकरण पर प्रशियन ब्लू रंग प्राप्त होता है।  
 (Q) यौगिक के सोडियम गलन निष्कर्ष को सोडियम नाइट्रोप्रोसाइड के साथ उपचारित करने पर रक्त जैसा लाल रंग प्राप्त होता है।  
 (R) यौगिक को  $\text{NaHCO}_3$  के संतृप्त विलयन में मिलाने पर बुद्बुदाहट उत्पन्न होती है।  
 (S) यौगिक ब्रोमीन जल के साथ अभिक्रिया करके एक सफेद अवक्षेप देता है।  
 (T) यौगिक को उदासीन  $\text{FeCl}_3$  विलयन के साथ उपचारित करने पर बैंगनी रंग प्राप्त होता है।
- (B) I → P; II → R, S; III → R; IV → Q, S  
 (D) I → P, S; II → T; III → Q, R; IV → P

उत्तर (D)

हल (I)

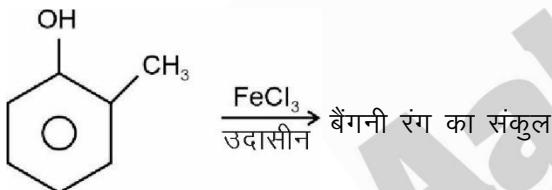


क्योंकि इसमें कार्बन तथा नाइट्रोजन दोनों हैं अतः इसके सोडियम गलन निष्कर्ष को  $\text{FeSO}_4$  के साथ उबालने व बाद में सांद्र  $\text{H}_2\text{SO}_4$  के साथ अम्लीकरण पर प्रशियन ब्लू रंग प्राप्त होता है।

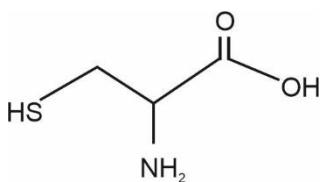


(I) - (P, S)

(II) o-क्रिसॉल

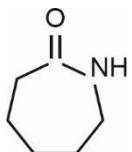


(III) सिस्टीन



क्योंकि इसमें सल्फर तथा नाइट्रोजन दोनों हैं अतः इसका सोडियम गलन मिश्रण  $\text{Fe}^{3+}$  के साथ रक्त जैसा लाल रंग देता है तथा इसमें कार्बोविसिलिक समूह है अतः यह  $\text{NaHCO}_3$  के साथ बुद्धुदाहट देता है।

(IV) कैप्रोलैक्टम



इसका सोडियम गलन निष्कर्ष  $\text{FeSO}_4$  के साथ उबालने पर व बाद में सांद्र  $\text{H}_2\text{SO}_4$  के साथ अम्लीकरण पर प्रशियन ब्लू रंग देता है।

## PART-III : MATHEMATICS

### खण्ड - 1 (अधिकतम अंक : 24)

- इस खंड में आठ (08) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर के सही संख्यात्मक मान को माउस और ऑन-स्क्रीन वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड के प्रयोग से उत्तर दर्ज करने के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज कीजिए। यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को / का दशमलव के दो स्थानों तक संक्षिप्त/सन्निकटन करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार होगा:

|           |      |  |
|-----------|------|--|
| पूर्ण अंक | : +3 | यदि केवल सही संख्यात्मक मान ही दर्ज किया गया है। |
| शून्य अंक | : 0  | अन्य सभी परिस्थितियों में                        |

1. प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों के केवल मुख्य मानों पर विचार करते हुए,  $\frac{3}{2} \cos^{-1} \sqrt{\frac{2}{2+\pi^2}} + \frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{2\sqrt{2}\pi}{2+\pi^2} + \tan^{-1} \frac{\sqrt{2}}{\pi}$  का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर ( $\approx 2.36$ )

$$\begin{aligned}
 & \text{हल } \frac{3}{2} \tan^{-1} \frac{\pi}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4} \tan^{-1} \left( \frac{2\sqrt{2}\pi}{\pi^2 - 2} \right) + \tan^{-1} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \\
 &= \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\pi}{\sqrt{2}} - \frac{1}{4} \tan^{-1} \left( \frac{2\sqrt{2}\pi}{2 - \pi^2} \right) \\
 &= \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right) - \frac{1}{4} \tan^{-1} \left( \frac{2 \cdot \left( \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right)}{1 - \left( \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right)^2} \right) \\
 &= \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right) - \frac{1}{4} \left( -\pi + 2 \tan^{-1} \left( \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right) \right) \\
 &= \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \approx 2.36
 \end{aligned}$$

2. माना  $\alpha$  एक धनात्मक वास्तविक संख्या है। माना  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  तथा  $g: (\alpha, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  फलन है जो  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{12}\right)$  तथा  $g(x) = \frac{2\log_e(\sqrt{x} - \sqrt{\alpha})}{\log_e(e^{\sqrt{x}} - e^{\sqrt{\alpha}})}$  द्वारा परिभाषित हैं, तब  $\lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(g(x))$  का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर (00.50)

हल  $\lim_{x \rightarrow \alpha^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} \frac{\frac{2}{\sqrt{x} - \sqrt{\alpha}} \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)}{\frac{1}{e^{\sqrt{x}} - e^{\sqrt{\alpha}}} \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} \right)}$

$$= \lim_{x \rightarrow \alpha^+} \frac{e^{\sqrt{x}} - e^{\sqrt{\alpha}}}{\sqrt{x} - \sqrt{\alpha}} \cdot \frac{1}{e^{\sqrt{x}}} \cdot 2$$

$$= \lim_{x \rightarrow \alpha^+} \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot 2}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(g(x)) = f\left(\lim_{x \rightarrow \alpha^+} g(x)\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} = 00.50$$

3. किसी महामारी के अध्ययन में 900 व्यक्तियों के आंकड़े संग्रहित किए गए हैं। यह पाया गया है कि
- 190 व्यक्तियों में बुखार के लक्षण हैं,
  - 220 व्यक्तियों में खाँसी के लक्षण हैं,
  - 220 व्यक्तियों में श्वास संबंधी बीमारी के लक्षण हैं,
  - 330 व्यक्तियों में बुखार या खाँसी या दोनों लक्षण हैं,
  - 350 व्यक्तियों में खाँसी या श्वास संबंधी बीमारी या दोनों लक्षण हैं
  - 340 व्यक्तियों में बुखार या श्वास संबंधी बीमारी या दोनों लक्षण हैं,
  - 30 व्यक्तियों में सभी तीनों लक्षण हैं (बुखार, खाँसी तथा श्वास संबंधी बीमारी),
- यदि इन 900 व्यक्तियों में यादृच्छिक रूप से एक व्यक्ति का चयन किया जाता है, तब प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चयनित व्यक्ति में अधिक से अधिक एक लक्षण है।

उत्तर (0.8)

हल यहाँ बुखार, खाँसी तथा श्वास संबंधी बीमारी के लक्षणों वाले व्यक्तियों के समुच्चय को क्रमशः F, C व B द्वारा दर्शाया जाता है। दिया है  $n(F) = 190$ ,  $n(B) = 220$  तथा  $n(C) = 220$

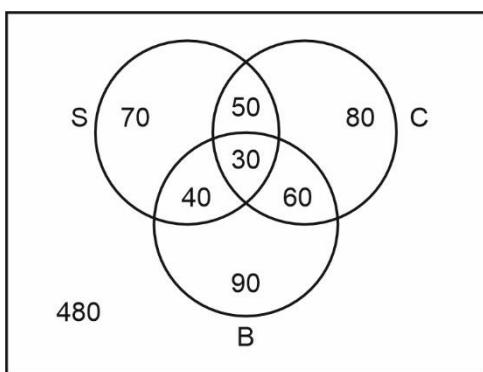
तथा,  $n(F \cup C) = 330$ ,  $n(C \cup B) = 350$ ,  $n(F \cup B) = 340$  तथा  $n(F \cap C \cap B) = 30$

अतः  $n(F \cap C) = n(F) + n(C) - n(F \cup C)$

$$= 80$$

इसी प्रकार,  $n(F \cap B) = 70$  तथा  $n(C \cap B) = 90$

अतः वेन आरेख देखें



अधिक से अधिक एक लक्षण वाले व्यक्तियों की संख्या

$$= 70 + 80 + 90 + 480 = 720$$

$$\text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{720}{900} = 0.8$$

4. माना अशून्य काल्पनिक भाग वाली एक सम्मिश्र संख्या  $z$  है। यदि  $\frac{2+3z+4z^2}{2-3z+4z^2}$  वास्तविक संख्या है, तब  $|z|^2$  का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर (0.50)

$$\text{हल माना } w = \frac{4z^2 + 3z + 2}{4z^2 - 3z + 2} = 1 + \frac{6z}{4z^2 - 3z + 2}$$

$$\Rightarrow w = 1 + \frac{6}{2\left(2z + \frac{1}{z}\right) - 3}$$

$$\therefore w \in R \text{ तब } 2z + \frac{1}{z} \in R$$

$$\Rightarrow 2z + \frac{1}{z} = 2\bar{z} + \frac{1}{\bar{z}}$$

$$\Rightarrow 2(z - \bar{z}) - \frac{z - \bar{z}}{|z|^2} = 0$$

$$\Rightarrow (z - \bar{z}) \left( 2 - \frac{1}{|z|^2} \right) = 0$$

$$\therefore z \neq \bar{z} \text{ (दिया है)}$$

$$\text{इसलिए } |z|^2 = \frac{1}{2}$$

5. माना  $\bar{z}$ , किसी सम्मिश्र संख्या  $z$  के सम्मिश्र संयुग्मी को दर्शाता है तथा माना  $i = \sqrt{-1}$  है। सम्मिश्र संख्याओं के समुच्चय में समीकरण  $\bar{z} - z^2 = i(\bar{z} + z^2)$  के भिन्न मूलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर (4)

$$\text{हल दिया है } \bar{z}(1-i) = z^2(1+i) \quad \dots(i)$$

$$\text{इसलिए } |\bar{z}| |1-i| = |z|^2 |1+i|$$

$$\Rightarrow |z| = |z|^2 \Rightarrow |z| = 0 \text{ या } |z| = 1$$

$$\text{माना } \arg(z) = \theta$$

अतः (i) से, यहाँ

$$2n\pi - \theta - \frac{\pi}{4} = 2\theta + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{1}{3} \left( \frac{4n-1}{2} \right) \pi = \frac{(4n-1)\pi}{6}$$

अतः यहाँ  $\theta$  के 3 भिन्न मान प्राप्त होते हैं। अतः यहाँ सम्मिश्र संख्या  $z$  के कुल 4 संभावित मान होंगे।

6. माना  $l_1, l_2, \dots, l_{100}$  एक समान्तर श्रेणी के क्रमागत पद हैं जिनका सार्वअन्तर  $d_1$  है तथा माना  $w_1, w_2, \dots, w_{100}$  दूसरी समान्तर श्रेणी के क्रमागत पद हैं जिनका सार्वअन्तर  $d_2$  है जहाँ  $d_1 d_2 = 10$  है। प्रत्येक  $i = 1, 2, \dots, 100$ , के लिए माना  $R_i$  एक आयत है जिसकी लंबाई  $l_i$ , चौड़ाई  $w_i$  तथा क्षेत्रफल  $A_i$  है। यदि  $A_{51} - A_{50} = 1000$ , तब  $A_{100} - A_{90}$  का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर (18900)

हल समान्तर श्रेणी  $l_1, l_2, \dots, l_{100}$  के लिए

माना  $T_1 = a$  तथा सार्वअन्तर  $= d_1$  तथा इसी प्रकार समान्तर श्रेणी  $w_1, w_2, \dots, w_{100}$  के लिए

$T_1 = b$  तथा सार्वअन्तर  $= d_2$

$$A_{51} - A_{50} = l_{51}w_{51} - l_{50}w_{50}$$

$$\begin{aligned} &= (a + 50d_1)(b + 50d_2) - (a + 49d_1)(b + 49d_2) \\ &= 50bd_1 + 50ad_2 + 2500d_1d_2 - 49ad_2 - 49bd_1 - 2401d_1d_2 \\ &= bd_1 + ad_2 + 99d_1d_2 = 1000 \end{aligned}$$

$$\therefore bd_1 + ad_2 = 10 \quad \dots(i) \text{ (चूंकि } d_1 d_2 = 10\text{)}$$

$$\therefore A_{100} - A_{90} = l_{100}w_{100} - l_{90}w_{90}$$

$$\begin{aligned} &= (a + 99d_1)(b + 99d_2) - (a + 89d_1)(b + 89d_2) \\ &= 99bd_1 + 99ad_2 + 99^2d_1d_2 - 89bd_1 - 89ad_2 - 89^2d_1d_2 \\ &= 10(bd_1 + ad_2) + 1880d_1d_2 \\ &= 10(10) + 18800 = 18900 \end{aligned}$$

7. एक संवृत्त अंतराल  $[2022, 4482]$  में अंकों  $0, 2, 3, 4, 6, 7$  के उपयोग द्वारा निर्मित किए जा सकने वाले 4-अंकों वाले पूर्णांकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर (569)

हल 2 से प्रारम्भ होने वाले गणनीय पूर्णांक

स्थिति-I: यदि  $2^{\text{nd}}$  स्थान पर शून्य है

अर्थात्,  $2 \underset{5}{\underset{\uparrow}{0}} \rightarrow 5$  स्थितियाँ

या  $2 \underset{4}{\underset{6}{\underset{\uparrow}{0}}} \rightarrow 24$  स्थितियाँ

(0 या 2 के अतिरिक्त संख्याएं, 3<sup>rd</sup> स्थान पर)

स्थिति-II: यदि  $2^{\text{nd}}$  स्थान पर अशून्य संख्या है

अर्थात्,  $2 \underset{5}{\underset{6}{\underset{6}{\underset{\uparrow}{0}}}} = 180$  स्थितियाँ

3 से प्रारम्भ होने वाले गणनीय पूर्णांक

$3 \underset{6}{\underset{6}{\underset{6}{\underset{\uparrow}{0}}}} = 216$  स्थितियाँ

4 से प्रारम्भ होने वाले गणनीय पूर्णांक

स्थिति-I: यदि  $2^{\text{nd}}$  स्थान पर 0, 2 या 3 है

अर्थात्,  $4 \underset{3}{\underset{6}{\underset{6}{\underset{\uparrow}{0}}}} = 108$  स्थितियाँ

स्थिति II: यदि  $2^{\text{nd}}$  स्थान पर 4 है

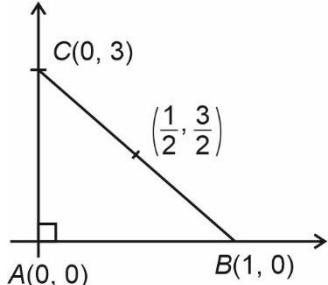
अर्थात्,  $4 \underset{6}{\underset{6}{\underset{\uparrow}{0}}} = 36$  स्थितियाँ

$$\therefore \text{कुल } 5 + 24 + 180 + 216 + 108 + 36 = 569 \text{ संख्याएं}$$

8. माना  $ABC$  एक त्रिभुज है जहाँ  $AB = 1$ ,  $AC = 3$  तथा  $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$  है। यदि त्रिज्या  $r > 0$  वाला एक वृत्त, भुजाओं  $AB$ ,  $AC$  को स्पर्श करता है तथा त्रिभुज  $ABC$  के परिवृत्त को अन्तःरूप से स्पर्श करता है, तब  $r$  का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर (0.84)

हल माना  $A$  मूल बिन्दु है तथा  $x$ -अक्ष पर बिन्दु  $B$  है तथा  $y$ -अक्ष पर बिन्दु  $C$  है जो दर्शाए अनुसार है



$\therefore$  परिवृत्त का समीकरण है

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \quad \dots(1)$$

अभीष्ट वृत्त,  $AB$  तथा  $AC$  को स्पर्श करता है जिसकी त्रिज्या  $r$  है

$$\therefore \text{समीकरण } (x - r)^2 + (y - r)^2 = r^2 \text{ है} \quad \dots(2)$$

यदि समीकरण (2) में वृत्त, परिवृत्त को बाह्य रूप से स्पर्श करता है, यहाँ

$$d_{O_1 O_2} = |r_1 - r_2|$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} - r\right)^2 + \left(\frac{3}{2} - r\right)^2 = \left(\left|\sqrt{\frac{5}{2}} - r\right|\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + r^2 - r + \frac{9}{4} + r^2 - 3r = \left(\sqrt{\frac{5}{2}} - r\right)^2 \text{ या } \left(r - \sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2r^2 - 4r + \frac{5}{2} = \frac{5}{2} + r^2 - \sqrt{10}r$$

$$\Rightarrow r = 0 \text{ या } 4 - \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow r = 0.837$$

$$= 0.84 \text{ (सन्निकट मान)}$$

## खण्ड – 2 (अधिकतम अंक : 24)

- इस खंड में छ: (06) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) व (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, (सभी) सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित योजना के अनुसार होगा:

|           |   |    |   |
|-----------|---|----|---|
| पूर्ण अंक | : | +4 | यदि केवल (सभी) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है / हैं;  |
| आंशिक अंक | : | +3 | यदि चारों विकल्प सही हैं परंतु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है;  |
| आंशिक अंक | : | +2 | यदि तीन या अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं; |
| आंशिक अंक | : | +1 | यदि दो या अधिक विकल्प सही हैं परंतु केवल एक विकल्प को चुना गया है और यह एक सही विकल्प है;                     |
| शून्य अंक | : | 0  | यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है);   |
| ऋण अंक    | : | -2 | अन्य सभी परिस्थितियों में।  |

9. समीकरण  $\int_1^e \frac{(\ln x)^{1/2}}{x(a - (\ln x)^{3/2})^2} dx = 1$ ,  $a \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$  पर विचार कीजिए

निम्नलिखित में से कौनसा / कौनसे कथन सत्य है / हैं?

- (A) कोई भी  $a$  उपरोक्त समीकरण को संतुष्ट नहीं करता है
- (B) एक पूर्णांक  $a$  उपरोक्त समीकरण को संतुष्ट करता है
- (C) एक अपरिमेय संख्या  $a$  उपरोक्त समीकरण को संतुष्ट करती है
- (D) एक से अधिक  $a$  उपरोक्त समीकरण को संतुष्ट करता है

उत्तर (C, D)

हल माना  $I = \int_1^e \frac{(\ln x)^{1/2}}{x(a - (\ln x)^{3/2})^2} dx$

$a - (\ln x)^{3/2} = t$  रखने पर

$$\Rightarrow -\frac{3}{2}(\ln x)^{1/2} \cdot \frac{1}{x} dx = dt$$

$$\therefore I = \int_a^{a-1} \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)dt}{t^2}$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right) \frac{t^{-2+1}}{-2+1} \Big|_a^{a-1}$$

$$= \frac{2}{3t} \Big|_a^{a-1} = \frac{2}{3} \left( \frac{1}{a-1} - \frac{1}{a} \right)$$

$$\therefore I = \left(\frac{2}{3}\right) \frac{1}{a(a-1)} = 1$$

$$\Rightarrow 2 = 3a^2 - 3a$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(3)(-2)}}{6}$$

$$a = \frac{3 + \sqrt{33}}{6}, \frac{3 - \sqrt{33}}{6}$$

10. माना  $a_1, a_2, a_3, \dots$  एक समान्तर श्रेणी है जहाँ  $a_1 = 7$  तथा सार्वअन्तर 8 है। माना  $T_1, T_2, T_3, \dots$  इस प्रकार हैं कि  $T_1 = 3$  तथा  $n \geq 1$  के लिए  $T_{n+1} - T_n = a_n$  है, तब निम्नलिखित में से कौनसा / कौनसे विकल्प सत्य है / हैं?

- (A)  $T_{20} = 1604$
- (B)  $\sum_{k=1}^{20} T_k = 10510$
- (C)  $T_{30} = 3454$
- (D)  $\sum_{k=1}^{30} T_k = 35610$

उत्तर (B, C)

हल यहाँ  $a_n = 7 + (n - 1) 8$  तथा  $T_1 = 3$

इसी प्रकार  $T_{n+1} = T_n + a_n$

$$T_n = T_{n-1} + a_{n-1}$$

⋮

$$T_2 = T_1 + a_1$$

$$\therefore T_{n+1} = (T_{n-1} + a_{n-1}) + a_n$$

$$= T_{n-2} + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$

⋮

$$\Rightarrow T_{n+1} = T_1 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$\Rightarrow T_{n+1} = T_1 + \frac{n}{2}[2(7) + (n-1)8]$$

$$\Rightarrow T_{n+1} = T_1 + n(4n+3) \quad \dots (1)$$

$$\therefore n = 19 \text{ के लिए } T_{20} = 3 + (19)(79) = 1504$$

$$n = 29 \text{ के लिए } T_{30} = 3 + (29)(119) = 3454 \rightarrow (\text{C})$$

$$\sum_{k=1}^{20} T_k = 3 + \sum_{k=2}^{20} T_k = 3 + \sum_{k=1}^{19} (3 + 4n^2 + 3n)$$

$$= 3 + 3(19) + \frac{3(19)(20)}{2} + \frac{4(19)(20)(39)}{6}$$

$$= 3 + 10507 = 10510 \rightarrow (\text{B})$$

$$\text{तथा इसी प्रकार } \sum_{k=1}^{30} T_k = 3 + \sum_{k=1}^{29} (4n^2 + 3n + 3) = 35615$$

11. माना दो समतल  $P_1$  व  $P_2$  हैं, जो  $P_1: 10x + 15y + 12z - 60 = 0$ ,  $P_2: -2x + 5y + 4z - 20 = 0$  द्वारा दिये गये हैं।

निम्नलिखित में से कौनसी सरल रेखाएं किसी चतुष्कलक का एक कोर हो सकती हैं जिसके दो फलक,  $P_1$  व  $P_2$  पर स्थित हैं?

$$(A) \frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{5}$$

$$(B) \frac{x-6}{-5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

$$(C) \frac{x}{-2} = \frac{y-4}{5} = \frac{z}{4}$$

$$(D) \frac{x}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{3}$$

उत्तर (A, B, D)

हल समतलों के युग्म का समीकरण है

$$S: (10x + 15y + 12z - 60) (-2x + 5y + 4z - 20) = 0$$

हम यहाँ प्रत्येक रेखा का व्यापक बिन्दु ज्ञात करेंगे तथा इसे  $S$  के साथ हल करेंगे। यदि हम चर  $\lambda$  के एक से अधिक मान प्राप्त करते हैं तब रेखा दिए गए चतुष्कलक की कोर हो सकती है

(A) बिन्दु है  $(1, 1, 5\lambda + 1)$

$$\text{इसलिए, } (60\lambda - 23)(20\lambda - 17) = 0$$

$$\lambda = \frac{23}{60} \text{ तथा } \frac{17}{20}$$

अतः यह चतुष्कलक की कोर हो सकती है।

(B) बिन्दु है  $(-5\lambda + 6, 2\lambda, 3\lambda)$

$$\text{इसलिए, } (16\lambda)(32\lambda - 32) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = 0 \text{ तथा } 1$$

अतः यह चतुर्षलक की कोर हो सकती है।

(C) बिन्दु है  $(-2\lambda, 5\lambda + 4, 4\lambda)$

$$\text{इसलिए, } (103\lambda)(45\lambda) = 0$$

$$\text{केवल } \lambda = 0$$

इसलिए यह चतुर्षलक की कोर नहीं हो सकती है।

(D) बिन्दु है  $(\lambda, -2\lambda + 4, 3\lambda)$

$$\Rightarrow (16\lambda)(0) = 0$$

यह  $\lambda$  में एक सर्वसमिका है, अतः अपरिमित रूप से अनेक हल हैं।

अतः यह चतुर्षलक की कोर हो सकती है।

12. माना  $\vec{r} = -(t+p)\hat{i} + t\hat{j} + (1+p)\hat{k}$  द्वारा दिये गये समतल के सापेक्ष बिन्दु Q का प्रतिबिम्ब S है

जहाँ  $t, p$  वास्तविक प्राचल हैं तथा  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  तीन धनात्मक निर्देशांक अक्षों के अनुदिश इकाई सदिश हैं। यदि Q तथा S के स्थिति सदिश क्रमशः  $10\hat{i} + 15\hat{j} + 20\hat{k}$  तथा  $\alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + \gamma\hat{k}$  हैं, तब निम्नलिखित में से कौनसा / कौनसे विकल्प सत्य हैं?

(A)  $3(\alpha + \beta) = -101$

(B)  $3(\beta + \gamma) = -71$

(C)  $3(\gamma + \alpha) = -86$

(D)  $3(\alpha + \beta + \gamma) = -121$

उत्तर (A, B, C)

हल समतल का समीकरण है

$$\vec{r} = -(t+p)\hat{i} + t\hat{j} + (1+p)\hat{k}$$

$$\vec{r} = \hat{k} + t(-\hat{i} + \hat{j}) + p(-\hat{i} + \hat{k})$$

मानक रूप में समतल का समीकरण है

$$[\vec{r} - \hat{k} \quad -\hat{i} + \hat{j} \quad -\hat{i} + \hat{k}] = 0$$

$$\therefore x + y + z = 1 \quad \dots(1)$$

$$Q \text{ के निर्देशांक} = (10, 15, 20)$$

$$S \text{ के निर्देशांक} = (\alpha, \beta, \gamma)$$

$$\therefore \frac{\alpha - 10}{1} = \frac{\beta - 15}{1} = \frac{\gamma - 20}{1} = \frac{-2(10 + 15 + 20 - 1)}{3}$$

$$\therefore \alpha - 10 = \beta - 15 = \gamma - 20 = -\frac{88}{3}$$

$$\therefore \alpha = -\frac{58}{3}, \beta = -\frac{43}{3}, \gamma = -\frac{28}{3}$$

$$\therefore 3(\alpha + \beta) = -101, 3(\beta + \gamma) = -71$$

$$3(\gamma + \alpha) = -86 \text{ तथा } 3(\alpha + \beta + \gamma) = -129$$

∴ उत्तर A, B, C

13. परवलय  $y^2 = 4x$  पर विचार कीजिए। माना  $S$  परवलय की नाभि है। बिन्दु  $P = (-2, 1)$  से परवलय पर एक स्पर्श रेखा युग्म खींचा जाता है जो परवलय से  $P_1$  व  $P_2$  पर मिलता है। माना बिन्दु  $Q_1$  व  $Q_2$  हैं जो रेखाओं क्रमशः  $SP_1$  तथा  $SP_2$  पर स्थित हैं जबकि  $PQ_1, SP_1$  के लम्बवत् हैं तथा  $PQ_2, SP_2$  के लम्बवत् हैं। तब निम्नलिखित में से कौनसा / कौनसे विकल्प सत्य है / हैं?

(A)  $SQ_1 = 2$

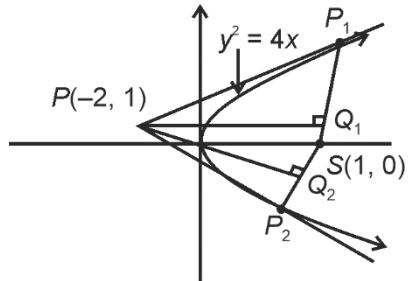
(B)  $Q_1Q_2 = \frac{3\sqrt{10}}{5}$

(C)  $PQ_1 = 3$

(D)  $SQ_2 = 1$

उत्तर (B, C, D)

हल



माना  $P_1(t^2, 2t)$ , तब  $P_1$  पर स्पर्श रेखा है

$$ty = x + t^2$$

चूंकि यह बिन्दु  $(-2, 1)$  से गुजरती है

$$\therefore t^2 - t - 2 = 0$$

$$\therefore t = 2, -1$$

$$\therefore P_1(4, 4) \text{ तथा } P_2(1, -2)$$

$$\therefore SP_1 : 4x - 3y - 4 = 0$$

$$\text{तथा } SP_2 : x - 1 = 0$$

$$\text{और } Q_1 \text{ के लिए: } \frac{x_1 + 2}{4} = \frac{y_1 - 1}{-3} = \frac{-(-8 - 3 - 4)}{25} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore x_1 = \frac{2}{5}, y_1 = \frac{-4}{5}$$

$$\text{तथा } Q_2 = (1, 1)$$

$$\text{इसलिए, } SQ_1 = \sqrt{\left(1 - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2} = 1$$

$$Q_1Q_2 = \sqrt{\frac{9}{25} + \frac{81}{25}} = \sqrt{\frac{90}{25}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

$$PQ_1 = \sqrt{\frac{144}{25} + \frac{81}{25}} = 3$$

$$SQ_2 = 1$$

14. माना  $|M|$ , एक वर्ग आव्यूह  $M$  के सारणिक को दर्शाता है। माना  $g: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$  एक फलन है जो

$$g(\theta) = \sqrt{f(\theta) - 1} + \sqrt{f\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - 1} \text{ द्वारा परिभाषित है, जहाँ}$$

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & \sin\theta & 1 \\ -\sin\theta & 1 & \sin\theta \\ -1 & -\sin\theta & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sin\pi & \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) & \tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \\ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) & -\cos\frac{\pi}{2} & \log_e\left(\frac{4}{\pi}\right) \\ \cot\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) & \log_e\left(\frac{\pi}{4}\right) & \tan\pi \end{vmatrix} \text{ है}$$

माना  $p(x)$  एक द्विघात बहुपद है जिसके मूल, फलन  $g(\theta)$  के अधिकतम तथा न्यूनतम मान हैं और  $p(2) = 2 - \sqrt{2}$  है। तब निम्नलिखित में से कौनसा / कौनसे विकल्प सत्य है / हैं?

(A)  $p\left(\frac{3+\sqrt{2}}{4}\right) < 0$

(B)  $p\left(\frac{1+3\sqrt{2}}{4}\right) > 0$

(C)  $p\left(\frac{5\sqrt{2}-1}{4}\right) > 0$

(D)  $p\left(\frac{5-\sqrt{2}}{4}\right) < 0$

उत्तर (A तथा C)

$$\text{हल } \therefore f(\theta) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & \sin\theta & 1 \\ -\sin\theta & 1 & \sin\theta \\ -1 & -\sin\theta & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sin\pi & \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) & \tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \\ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) & -\cos\frac{\pi}{2} & \log_e\left(\frac{4}{\pi}\right) \\ \cot\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) & \log_e\left(\frac{\pi}{4}\right) & \tan\pi \end{vmatrix}.$$

$$\text{यहाँ } \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{तथा } \tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = -\cot\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{तथा } \log_e\left(\frac{4}{\pi}\right) = -\log_e\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{तथा } \sin\pi = -\cos\frac{\pi}{2} = \tan\pi = 0$$

$$\therefore f(\theta) = 1 + \sin^2\theta$$

$$\therefore g(\theta) = |\sin\theta| + |\cos\theta|$$

$\therefore$  अधिकतम व न्यूनतम मान क्रमशः  $\sqrt{2}$  व 1 है।

$$\therefore P(x) = a(x - \sqrt{2})(x - 1), \text{ जहाँ } a \in R - \{0\},$$

लेकिन  $P(2) = 2 - \sqrt{2}$  तब  $a = 1$

$$\therefore P(x) = (x - \sqrt{2})(x - 1)$$

$$\therefore P\left(\frac{3+\sqrt{2}}{4}\right) = \left(\frac{3-3\sqrt{2}}{4}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}-1}{4}\right) < 0$$

$$P\left(\frac{1+3\sqrt{2}}{4}\right) = \left(\frac{1-\sqrt{2}}{4}\right) \cdot \left(\frac{3\sqrt{2}-3}{4}\right) < 0$$

$$P\left(\frac{5\sqrt{2}-1}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}-1}{4}\right) \cdot \left(\frac{5\sqrt{2}-5}{4}\right) > 0$$

$$P\left(\frac{5-\sqrt{2}}{4}\right) = \left(\frac{5-5\sqrt{2}}{4}\right) \left(\frac{1-\sqrt{2}}{4}\right) > 0$$

$\therefore$  (A) व (C) सही हैं।

### खण्ड - 3 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खण्ड में चार (04) मिलान सूचियों के समुच्चय हैं।
- प्रत्येक समुच्चय में एक बहुविकल्पीय प्रश्न है।
- प्रत्येक समुच्चय में दो सूचियाँ हैं: सूची-I तथा सूची-II
- सूची-I में चार प्रविष्टियाँ (I), (II), (III) तथा (IV) हैं तथा सूची-II में पाँच प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R), (S) तथा (T) हैं।
- सूची-I तथा सूची-II पर आधारित प्रत्येक बहुविकल्पीय प्रश्न में चार विकल्प दिए गए हैं तथा इनमें से केवल एक विकल्प बहुविकल्पीय प्रश्न में पूछी गयी परिस्थिति को संतुष्ट करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +3 केवल यदि सही संयोजन के विकल्प के संगत विकल्प को चुना गया है;

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है);

ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

#### 15. निम्नलिखित सूचियों पर विचार कीजिए।

##### सूची -I

$$(I) \quad \left\{ x \in \left[ -\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right] : \cos x + \sin x = 1 \right\}$$

$$(II) \quad \left\{ x \in \left[ -\frac{5\pi}{18}, \frac{5\pi}{18} \right] : \sqrt{3} \tan 3x = 1 \right\}$$

$$(III) \quad \left\{ x \in \left[ -\frac{6\pi}{5}, \frac{6\pi}{5} \right] : 2 \cos(2x) = \sqrt{3} \right\}$$

$$(IV) \quad \left\{ x \in \left[ -\frac{7\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right] : \sin x - \cos x = 1 \right\}$$

##### सूची-II

(P) के दो अवयव हैं

(Q) के तीन अवयव हैं

(R) के चार अवयव हैं

(S) के पाँच अवयव हैं

(T) के छः अवयव हैं

सही विकल्प है

(A) (I)  $\rightarrow$  (P); (II)  $\rightarrow$  (S); (III)  $\rightarrow$  (P); (IV)  $\rightarrow$  (S)

(C) (I)  $\rightarrow$  (Q); (II)  $\rightarrow$  (P); (III)  $\rightarrow$  (T); (IV)  $\rightarrow$  (S)

(B) (I)  $\rightarrow$  (P); (II)  $\rightarrow$  (P); (III)  $\rightarrow$  (T); (IV)  $\rightarrow$  (R)

(D) (I)  $\rightarrow$  (Q); (II)  $\rightarrow$  (S); (III)  $\rightarrow$  (P); (IV)  $\rightarrow$  (R)

उत्तर (B)

हल (i)  $\left\{x \in \left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right], \cos x + \sin x = 1\right\}$

$$\cos x + \sin x = 1$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\pi}{4} + x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$$

$$x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}$$

$\therefore x$  के 2 अवयव हैं  $\rightarrow P$

(ii)  $\left\{x \in \left[\frac{-5\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}\right] : \sqrt{3} \tan 3x = 1\right\}$

$$\sqrt{3} \tan 3x = 1$$

$$\tan 3x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$3x = n\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{18}$$

$\therefore x$  के 2 अवयव हैं।

(iii)  $\left\{x \in \left[\frac{-6\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}\right] : 2\cos 2x = \sqrt{3}\right\}$

$$2\cos 2x = \sqrt{3}$$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

$$x = n\pi \pm \frac{\pi}{12}$$

$\therefore x$  के 6 अवयव हैं।  $\rightarrow T$

(iv)  $\left\{x \in \left[\frac{-7\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right] : \sin x - \cos x = 1\right\}$

$$\sin x - \cos x = 1$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$$

$$x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$$

$\therefore x$  के 4 अवयव हैं।  $\rightarrow R$

$\therefore$  विकल्प B सही है।

16. दो खिलाड़ी,  $P_1$  व  $P_2$  एक दूसरे के साथ एक खेल खेलते हैं। खेल की प्रत्येक पारी में प्रत्येक खिलाड़ी एक निष्पक्ष पासे को एक बार लुढ़काते हैं जहाँ पासे के छ: फलकों पर छ: विभिन्न संख्याएँ हैं। माना  $P_1$  व  $P_2$  द्वारा लुढ़काए गये पासे पर प्राप्त संख्याएँ क्रमशः  $x$  व  $y$  द्वारा दर्शायी गयी हैं। यदि  $x > y$ , तब  $P_1$  को 5 अंक प्राप्त होते हैं तथा  $P_2$  को 0 अंक प्राप्त होता है। यदि  $x = y$  तब प्रत्येक खिलाड़ी को 2 अंक प्राप्त होते हैं। यदि  $x < y$ , तब  $P_1$  को 0 अंक प्राप्त होता है तथा  $P_2$  को 5 अंक प्राप्त होते हैं। माना  $i^{\text{th}}$  पारी खेलने के पश्चात्  $P_1$  तथा  $P_2$  द्वारा प्राप्त कुल अंक  $X_i$  व  $Y_i$  हैं, तब

सूची-I

- (I)  $(X_2 \geq Y_2)$  की प्रायिकता है
- (II)  $(X_2 > Y_2)$  की प्रायिकता है
- (III)  $(X_3 = Y_3)$  की प्रायिकता है
- (IV)  $(X_3 > Y_3)$  की प्रायिकता है

सूची-II

- |     |                   |
|-----|-------------------|
| (P) | $\frac{3}{8}$     |
| (Q) | $\frac{11}{16}$   |
| (R) | $\frac{5}{16}$    |
| (S) | $\frac{355}{864}$ |
| (T) | $\frac{77}{432}$  |

सही विकल्प है

- (A) (I)  $\rightarrow$  (Q); (II)  $\rightarrow$  (R); (III)  $\rightarrow$  (T); (IV)  $\rightarrow$  (S)  
 (C) (I)  $\rightarrow$  (P); (II)  $\rightarrow$  (R); (III)  $\rightarrow$  (Q); (IV)  $\rightarrow$  (S)

- (B) (I)  $\rightarrow$  (Q); (II)  $\rightarrow$  (R); (III)  $\rightarrow$  (T); (IV)  $\rightarrow$  (T)  
 (D) (I)  $\rightarrow$  (P); (II)  $\rightarrow$  (R); (III)  $\rightarrow$  (Q); (IV)  $\rightarrow$  (T)

उत्तर (A)

 हल  $P(X_i > Y_i) + P(X_i < Y_i) + P(X_i = Y_i) = 1$ 

 तथा  $P(X_i > Y_i) = P(X_i < Y_i) = p$ 
 $i = 2$  के लिए

$$\begin{aligned} P(X_2 = Y_2) &= 2p(x > y) \cdot p(x < y) + (p(x = y))^2 \\ &= 2 \cdot \frac{^6C_2}{36} \cdot \frac{^6C_2}{36} + \left( \frac{^6C_1}{36} \right)^2 \\ &= \frac{25}{72} + \frac{1}{36} = \frac{27}{72} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$P(X_2 > Y_2) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{3}{8} \right) = \frac{5}{16}$$

$$P(X_2 \geq Y_2) = \frac{5}{16} + \frac{3}{8} = \frac{11}{16}$$

 I  $\rightarrow$  Q, II  $\rightarrow$  R

 $i = 3$  के लिए

 $P(X_3 = Y_3) = 6 \cdot p(x > y) \cdot p(x < y) \cdot p(x = y) + (p(x = y))^3$ 

$$= 6 \cdot \frac{^6C_2}{36} \cdot \frac{^6C_2}{36} \cdot \frac{^6C_1}{36} + \left( \frac{^6C_1}{36} \right)^3 = \frac{77}{432}$$

$$P(X_3 > Y_3) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{77}{432} \right) = \frac{355}{864}$$

 III  $\rightarrow$  T, IV  $\rightarrow$  S

17. माना  $p, q, r$  अशून्य वास्तविक संख्याएँ हैं जो एक हरात्मक श्रेणी के क्रमशः  $10^{\text{th}}, 100^{\text{th}}$  तथा  $1000^{\text{th}}$  पद हैं। रैखिक समीकरणों के निकाय

$$x + y + z = 1$$

$$10x + 100y + 1000z = 0$$

$$qr x + pr y + pq z = 0$$

पर विचार कीजिए।

|       | सूची-I  |     | सूची-II   |
|-------|---|-----|---|
| (I)   | यदि $\frac{q}{r} = 10$ , तब रैखिक समीकरणों के निकाय का / के     | (P) | $x = 0, y = \frac{10}{9}, z = -\frac{1}{9}$ रूप में हल है |
| (II)  | यदि $\frac{p}{r} \neq 100$ , तब रैखिक समीकरणों के निकाय का / के | (Q) | $x = \frac{10}{9}, y = -\frac{1}{9}, z = 0$ रूप में हल है |
| (III) | यदि $\frac{p}{q} \neq 10$ , तब रैखिक समीकरणों के निकाय का / के  | (R) | अपरिमित रूप से अनेक हैं                                   |
| (IV)  | यदि $\frac{p}{q} = 10$ , तब रैखिक समीकरणों के निकाय का / के     | (S) | कोई हल नहीं है  |
|       |   | (T) | कम से कम एक हल है   |

सही विकल्प है

(A) (I)  $\rightarrow$  (T); (II)  $\rightarrow$  (R); (III)  $\rightarrow$  (S); (IV)  $\rightarrow$  (T)

(B) (I)  $\rightarrow$  (Q); (II)  $\rightarrow$  (S); (III)  $\rightarrow$  (S); (IV)  $\rightarrow$  (R)

(C) (I)  $\rightarrow$  (Q); (II)  $\rightarrow$  (R); (III)  $\rightarrow$  (P); (IV)  $\rightarrow$  (R)

(D) (I)  $\rightarrow$  (T); (II)  $\rightarrow$  (S); (III)  $\rightarrow$  (P); (IV)  $\rightarrow$  (T)

उत्तर (B)

हल  $x + y + z = 1$  \_\_\_\_\_(1)

$$10x + 100y + 1000z = 0 \quad \text{_____}(2)$$

$$qr x + pr y + pq z = 0 \quad \text{_____}(3)$$

समीकरण (3) को निम्नानुसार पुनः लिखा जा सकता है

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} + \frac{z}{r} = 0 \quad (\because p, q, r \neq 0)$$

$$\text{माना } p = \frac{1}{a+9d}, q = \frac{1}{a+99d}, r = \frac{1}{a+999d}$$

अब समीकरण (3) है

$$(a+9d)x + (a+99d)y + (a+999d)z = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 10 & 100 & 1000 \\ a+9d & a+99d & a+999d \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 100 & 1000 \\ 0 & a+99d & a+999d \end{vmatrix} = 900(d-a)$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 10 & 0 & 1000 \\ a+9d & 0 & a+999d \end{vmatrix} = 990(a-d)$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 10 & 100 & 0 \\ a+9d & a+99d & 0 \end{vmatrix} = 90(d-a)$$

विकल्प I: यदि  $\frac{q}{r} = 10 \Rightarrow a = d$

$$\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$$

तथा समीकरण (1) व समीकरण (2) असमान्तर समतलों को दर्शाते हैं तथा समीकरण (2) और समीकरण (3) समान समतलों को दर्शाते हैं

$\Rightarrow$  अपरिमित रूप से अनेक हल

I  $\rightarrow P, Q, R, T$

विकल्प II:  $\frac{p}{r} \neq 100 \Rightarrow a \neq d$

$$\Delta = 0, \Delta_x, \Delta_y, \Delta_z \neq 0$$

कोई हल नहीं

II  $\rightarrow S$

विकल्प III:  $\frac{p}{q} \neq 10 \Rightarrow a \neq d$

कोई हल नहीं

III  $\rightarrow S$

विकल्प IV: यदि  $\frac{p}{q} = 10 \Rightarrow a = d$

अपरिमित रूप से अनेक हल

IV  $\rightarrow P, Q, R, T$

18. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  पर विचार कीजिए। माना एक बिन्दु  $H(\alpha, 0)$ ,  $0 < \alpha < 2$ , है। एक सरल रेखा,  $H$  से खींची जाती है जो  $y$ -अक्ष के समान्तर है और दीर्घवृत्त एवं इसके सहायक वृत्त को प्रथम चतुर्थांश में बिन्दुओं क्रमशः  $E$  तथा  $F$  पर प्रतिच्छेद करती है। दीर्घवृत्त के बिन्दु  $E$  पर स्पर्श रेखा, धनात्मक  $x$ -अक्ष को बिन्दु  $G$  पर प्रतिच्छेद करती है। माना  $F$  तथा मूल बिन्दु को मिलाने वाली सरल रेखा धनात्मक  $x$ -अक्ष के साथ  $\phi$  कोण निर्मित करती है।

सूची-I

सूची-II

(I) यदि  $\phi = \frac{\pi}{4}$ , तब त्रिभुज  $FGH$  का क्षेत्रफल है

$$(P) \quad \frac{(\sqrt{3}-1)^4}{8}$$

(II) यदि  $\phi = \frac{\pi}{3}$ , तब त्रिभुज  $FGH$  का क्षेत्रफल है

$$(Q) \quad 1$$

(III) यदि  $\phi = \frac{\pi}{6}$ , तब त्रिभुज  $FGH$  का क्षेत्रफल है

$$(R) \quad \frac{3}{4}$$

(IV) यदि  $\phi = \frac{\pi}{12}$ , तब त्रिभुज  $FGH$  का क्षेत्रफल है

$$(S) \quad \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

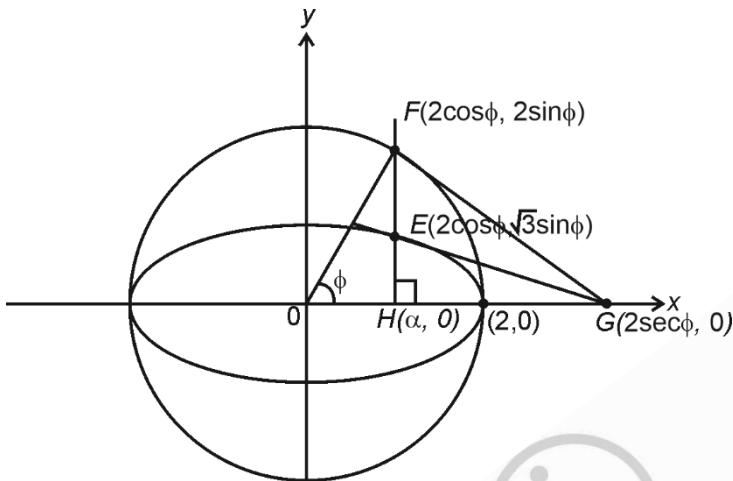
$$(T) \quad \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

सही विकल्प है

- (A) (I)  $\rightarrow$  (R); (II)  $\rightarrow$  (S); (III)  $\rightarrow$  (Q); (IV)  $\rightarrow$  (P)  
 (B) (I)  $\rightarrow$  (R); (II)  $\rightarrow$  (T); (III)  $\rightarrow$  (S); (IV)  $\rightarrow$  (P)  
 (C) (I)  $\rightarrow$  (Q); (II)  $\rightarrow$  (T); (III)  $\rightarrow$  (S); (IV)  $\rightarrow$  (P)  
 (D) (I)  $\rightarrow$  (Q); (II)  $\rightarrow$  (S); (III)  $\rightarrow$  (Q); (IV)  $\rightarrow$  (P)

उत्तर (C)

हल



$$\alpha \equiv 2\cos\phi$$

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  के  $E(2\cos\phi, \sqrt{3}\sin\phi)$  पर स्पर्श रेखा है,

अर्थात्  $\frac{x\cos\phi}{2} + \frac{y\sin\phi}{\sqrt{3}} = 1$ , x-अक्ष को  $G(2\sec\phi, 0)$  पर प्रतिच्छेद करता है

$$\text{त्रिभुज } FGH \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}(2\sec\phi - 2\cos\phi)2\sin\phi$$

$$\Delta = 2\sin^2\phi \cdot \tan\phi$$

$$\Delta = (1 - \cos 2\phi) \cdot \tan\phi$$

I. यदि  $\phi = \frac{\pi}{4}$ ,  $\Delta = 1 \rightarrow (Q)$

II. यदि  $\phi = \frac{\pi}{3}$ ,  $\Delta = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \rightarrow (T)$

III. यदि  $\phi = \frac{\pi}{6}$ ,  $\Delta = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \rightarrow (S)$

IV. यदि  $\phi = \frac{\pi}{12}$ ,  $\Delta = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(2 - \sqrt{3}\right) = \frac{(2-\sqrt{3})^2}{2} \rightarrow (P)$

